RESOLUTION D'UNE EQUATION DU SECOND DEGRE 1

Objectif :

Résoudre une équation du type $ax^2 + bx + c = 0$ avec ($a \neq 0$ et $c \neq 0$)

Activités préparatoire : *Les cas les plus simples*

1- **Résolution graphique de l'équation : $-0,8x^2 = -7,2$**

Soit la fonction f définie sur l'intervalle [-3 ; 3] par $f(x) = -0,8\,x^2$ et g définie par $g(x) = -7,2$.

1- Etude de la fonction f.

a) Quelle est la nature de la fonction f. Quelle propriété particulière possède-t-elle ?

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

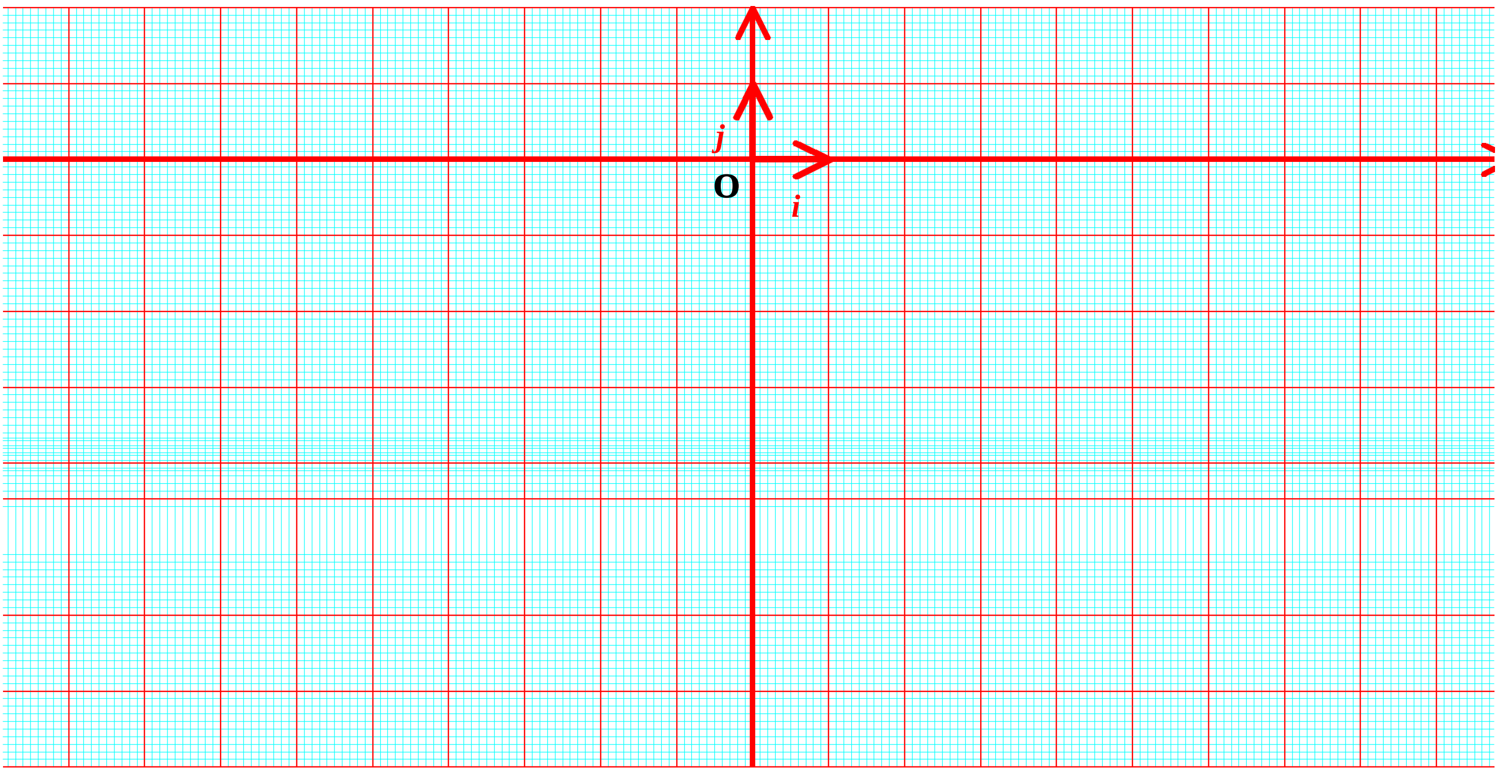
b) En déduire le tableau de variations de f.

c) Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
f(x)	……	……	……	……	……	……	……	……

d) Construire la courbe C_f dans le repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ci-dessous. Quel nom porte cette courbe ?

……………………………………………………………………………………………



2- Etude de la fonction g.

a) Quelle particularité présente cette fonction ? Quel nom lui donne-t-on ?

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

b) Quel nom donne-t-on à sa représentation graphique ? Quelle particularité présent-t-elle ?

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

c) Tracer la représentation graphique C_g de la fonction g dans le repère précédent.

3- Résolution de l'équation.

a) Noter I_1 et I_2 les deux points d'intersection des courbes C_f et C_g.

b) Quelles sont les abscisses de ces deux points ?

……………………………………………………………………………

…………….

c) Aux approximations près, les abscisses de I_1 et I_2 sont-elles solutions de l'équation : $-0,8x^2 = -7,2$.

Pour I_1 :

- ………………………………

Pour I_2 :

- ……………………………………….

……………………………………………………………………………………………

4- J'analyse ma démarche.

1- Je considère les deux membres de l'équation :- $0,8x^2 = -7,2$.

1er membre	**2^{ième} membre**
…………	………….

2- Je donne un nom à chacune des fonctions isolées :

…………	………...
f(x)	**g(x)**

3- J'étudie chacune des deux fonctions. (en recherchant la nature de la fonction, son tableau de variations, sa représentation graphique …)

1er membre	**2^{ième} membre**
f(x) = ……………...	**g(x) =** ……………...
……………………………………….	……………………………………….

x	

x	

Représentation graphique : ……………………………………………..

Représentation graphique : ……………………………………………..

4- Je recherche graphiquement les points d'intersection.

Il y a ………. points d'intersection I_1 et I_2. L'équation admet donc ……………. solutions qui sont les ……………….. des ……………………………………………………. des deux courbes.

2- Résolution graphique de l'équation : $0{,}5x^2 + x - 2 = 0$

Soit la fonction f définie par $f(x) = 0{,}5x^2$ et g par $g(x) = -x + 2$.

1- Etude de la fonction f.

a) Quelle est la nature de la fonction f. Quelle propriété particulière possède-t-elle ?

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

b) En déduire le tableau de variations de f.

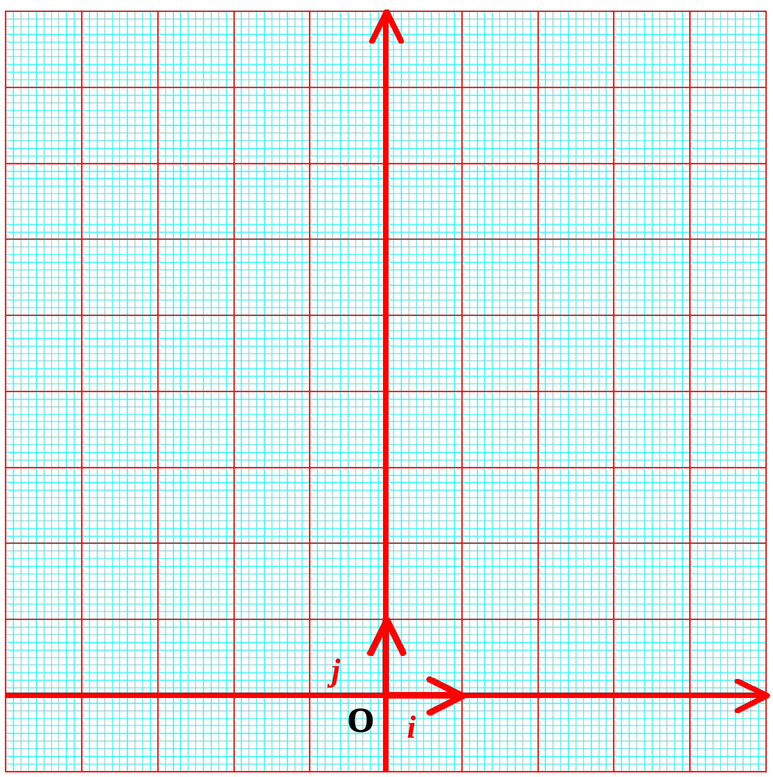
x	

c) Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
f(x)											

d) Construire la courbe C_f dans le repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ci-dessous. Quel nom porte cette courbe ?

……………………………………………………………………………………………………



2- Etude de la fonction g.

a) Quelle particularité présente cette fonction ? Quel nom lui donne-t-on ?

....

....

....

b) Quel nom donne-t-on à sa représentation graphique ? Quelle particularité présent-t-elle ?

....

....

....

c) Tracer la représentation graphique C_g de la fonction g dans le repère précédent.

	A	B
x		
y		

3- Résolution de l'équation.

a) Noter I_1 et I_2 les deux points d'intersection des courbes C_f et C_g.

b) Quelles sont les abscisses de ces deux points ?

....

....

....

c) Aux approximations près, les abscisses de I_1 et I_2 sont-elles solutions de l'équation :

1er membre		**2^{ième} membre**	
x_{I1} = ……	x_{I2} = ……	x_{I1} = ……	x_{I2} = ……
……………	……………	……………	……………

....

Principe :

Modifier l'équation de départ pour revenir à une expression dont on sait trouver la solution.

Toute équation du type $ax^2 + bx + c = 0$ peut se résoudre :

1-en considérant les abscisses des points d'intersection d'une parabole et d'une droite.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$ax^2 = -bx - c$$

α) On considère la fonction f définie par

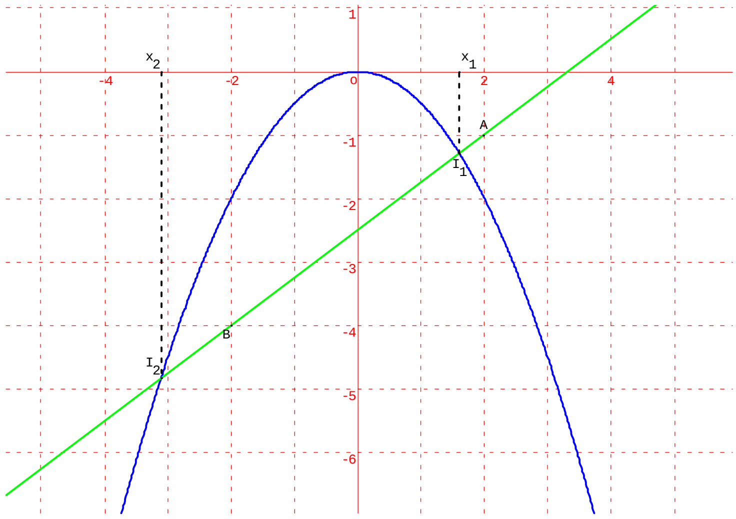
$$f(x) = ax^2.$$

Sa représentation graphique est une parabole (f étant une fonction carrée).

β) On considère la fonction g définie par

$$g(x) = -bx - c\ .$$

Sa représentation graphique est une droite (g étant une fonction affine).



2- En considérant les abscisses des points d'intersection d'une hyperbole et d'une droite.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x\left(ax + b + \frac{c}{x}\right) = 0$$

$$\frac{c}{x} = -ax - b$$

α) On considère la fonction f définie par

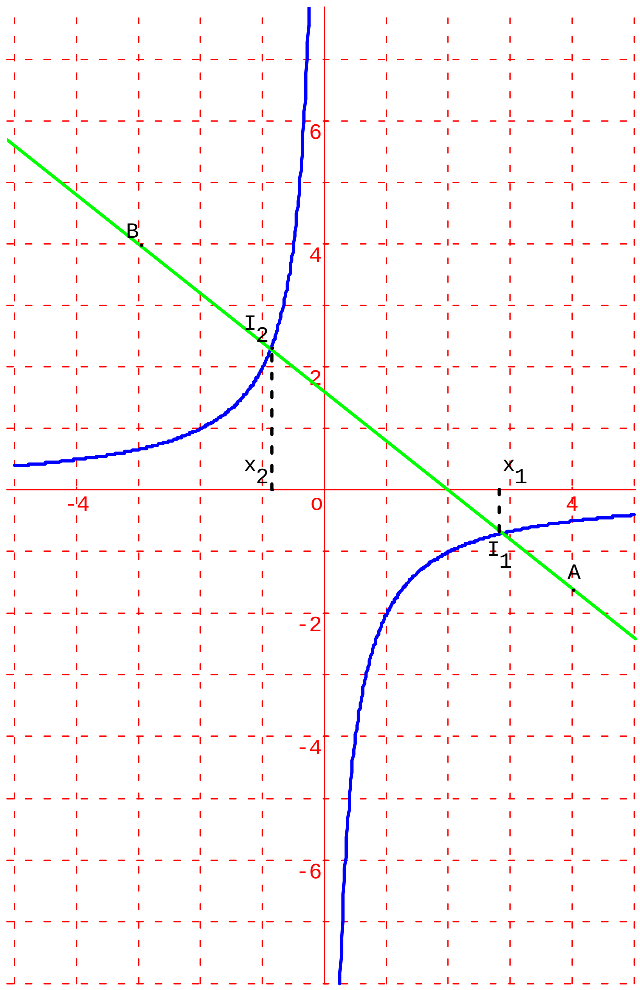
$$f(x) = \frac{c}{x}.$$

Sa représentation graphique est une hyperbole (f étant une fonction inverse).

β) On considère la fonction g définie par

$$g(x) = -ax - b\ .$$

Sa représentation graphique est une droite (g étant une fonction affine).



Méthode :

1. **On représente chacune des fonctions dans un repère orthonormal en prenant soin d'énumérer les propriétés des fonctions (parité, sens de variations)**
2. **On repère les points d'intersection I_1, I_2, …**
3. **Les solutions de l'équation sont les abscisses des points d'intersection des deux courbes.**

APPLICATIONS

<u>Exercice I</u>

Résolvez (sur le cahier d'exercice)l'équation :

$$x^2 - x - 2 = 0$$

<u>Exercice II :</u> Puissance électrique dissipée dans un conducteur ohmique.

La puissance électrique P (Watt) dissipée dans un conducteur de résistance R (ohm) parcouru par un courant d'intensité I (ampère) est donnée par la relation :

$$P = R.I^2 \text{ avec I variant de 0 à 12 A.}$$

a) **Tracer** l'abaque P = f(I) pour R = 5 Ω ; R = 10 Ω ; R = 20 Ω

<u>**Echelle**</u> : *En abscisse* : 1 cm pour 1A *En ordonnée* : 1 cm pour 200 W

b) **Déterminer** graphiquement, pour chacune des résistance données ci-dessus, l'intensité du courant I qui traverse le circuit pour une puissance de 600 W.

<u>Exercice III :</u> Distance de freinage.

La distance de freinage d, en mètres, d'une voiture s'exprime en fonction de la vitesse en km/h par la relation :

$$\boxed{d = 0{,}008\ v^2}$$

a) **Calculer** la distance de freinage pour cette voiture freinant alors qu'elle roulait à 30 km/h, 50 km/h, 70 km/h, 90 km/h, 110 km/h et 130 km/h.

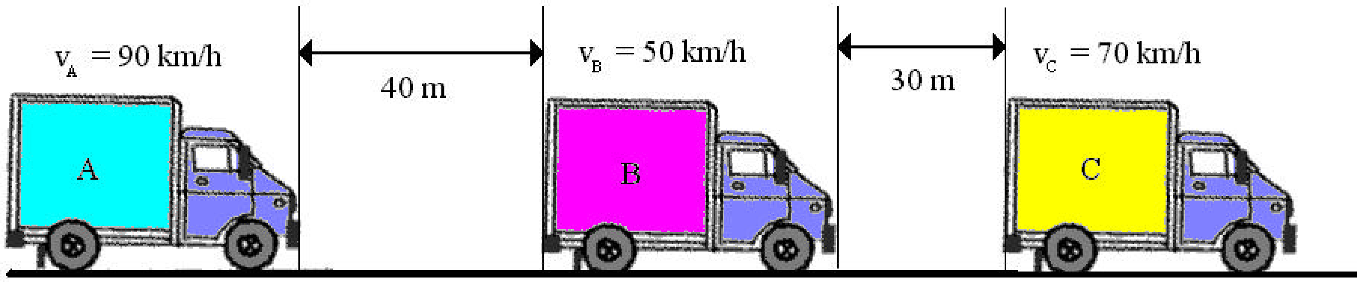
b) **En déduire** les variations de la fonction f : $v \longmapsto d$ sur l'intervalle [0 ; 130].

c) **Représenter** la fonction f définie pour v dans l'intervalle [0 ; 130] dans un repère orthogonal

(**unités graphiques** : *en abscisse* : 1 cm $\longmapsto$ 10 km/h *en ordonnée* :1 cm $\longmapsto$ 10 m)

d) **Résoudre** graphiquement l'équation f(v) = 51,20. Formuler la réponse par une phrase.

e) Trois véhicules roulent l'un derrière l'autre sans pouvoir se dépasser :



- **Le véhicule C s'immobilise**, quelle distance lui faut-il ?
- **Le véhicule B réagit « immédiatement »** : La distance BC est-elle suffisante pour éviter l'accident ?
- **Le véhicule A est supposé réagir en même temps** : la distance AB est-elle suffisante pour éviter l'accident ?