

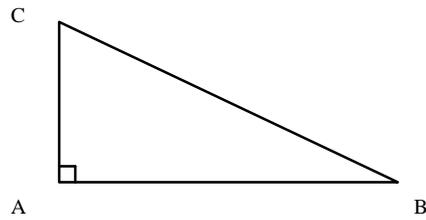
## TD – La géométrie du triangle rectangle (Théorème de Pythagore et trigonométrie)

### EXERCICE I ( 3 pts )

On considère le triangle ABC rectangle en A.

1°/ Si  $AB=12$  et  $AC=5$ , calculer BC.

2°/ Si  $AB=7$  et  $BC=9,22$ , calculer AC.



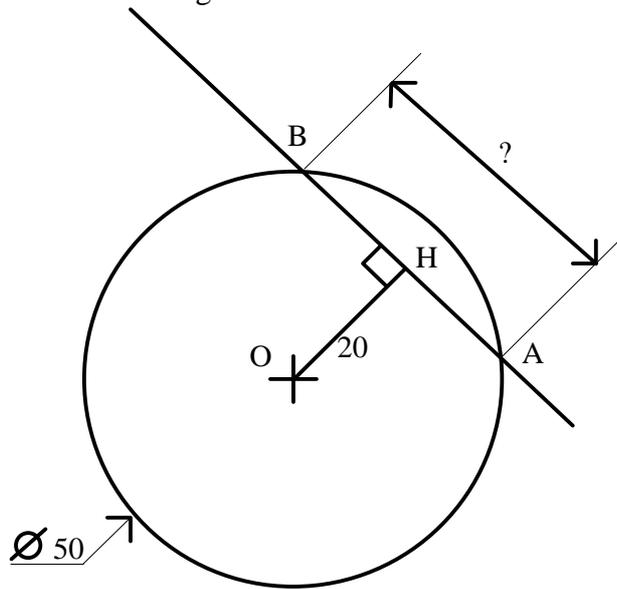
### EXERCICE II ( 3 pts )

Dans un triangle (DEF), on mesure  $DE= 8\text{cm}$ ,  $EF= 9\text{cm}$ ,  $DF= 12\text{cm}$ .

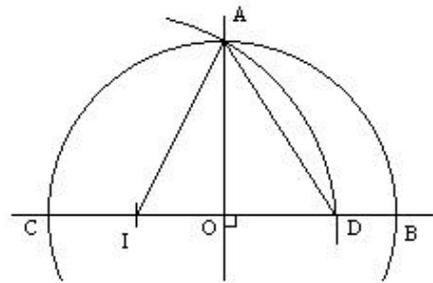
Que peut-on dire de ce triangle?

### EXERCICE III ( 3 pts )

Calculer la longueur de la corde AB.



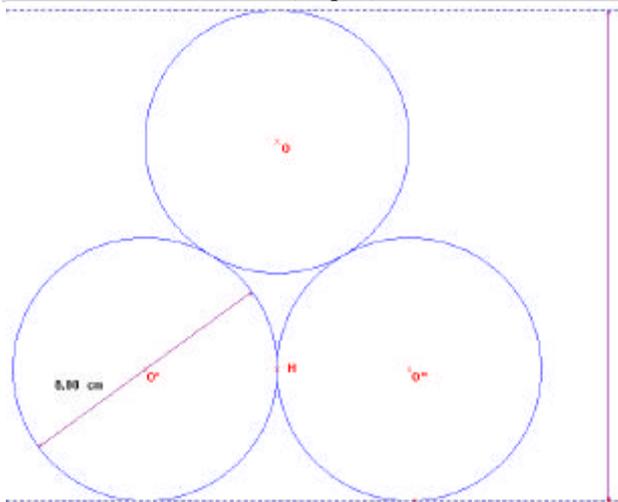
### EXERCICE IV ( 4 pts )



Le cercle de centre O a pour diamètre  $BC=10\text{cm}$ .

- 1) I étant le milieu de  $[OC]$ ,
  - a) Calculer  $OI$ .
  - b) Calculer  $IA$ .
- 2) On trace le cercle de centre I et de rayon  $IA$ .
  - a) Calculer  $OD$ .
  - b) Calculer  $AD$ .

### EXERCICE V ( 4 pts )

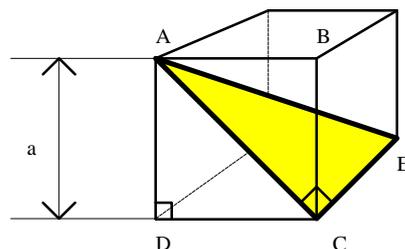


- 1) Quelle est la nature du triangle  $(OO'O'')$ ?
- 2) Quelles sont ses dimensions?
- 3) Calculer sa hauteur  $OH$
- 4) En déduire la hauteur  $h$  de cet empilement.

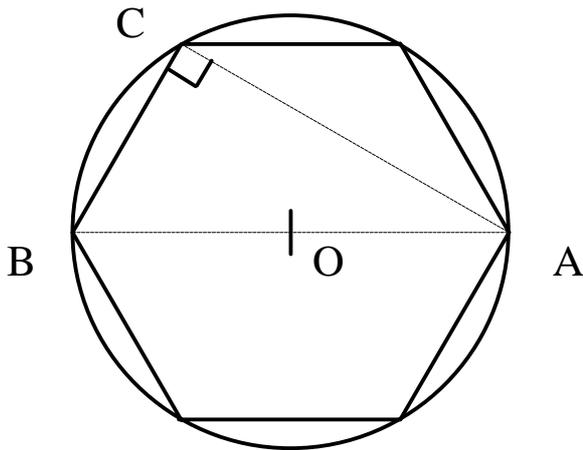
### EXERCICE VI ( 3 pts )

On donne la figure c-dessous avec  $AC= 2,89$

- 1- Calculer  $a$ , l'arête de ce **cube**.
- 2- Calculer  $AE$ .



**EXERCICE VII** ( 4 pts)



1) Expliquer en quelques lignes et à l'aide d'un schéma, la méthode utilisée pour tracer cet hexagone.

2) Exprimer AC en fonction du rayon R de ce cercle.

**PROBLEME n°1 : Le pentagone régulier** ( 8 pts)

Tracer un cercle de centre O et de rayon 5 cm, I est le milieu de [OD].

1. Calculer IA

2. Compas pointé en I, on trace un arc de cercle de rayon IA, cet arc de cercle coupe [OE] en C, calculer OC.

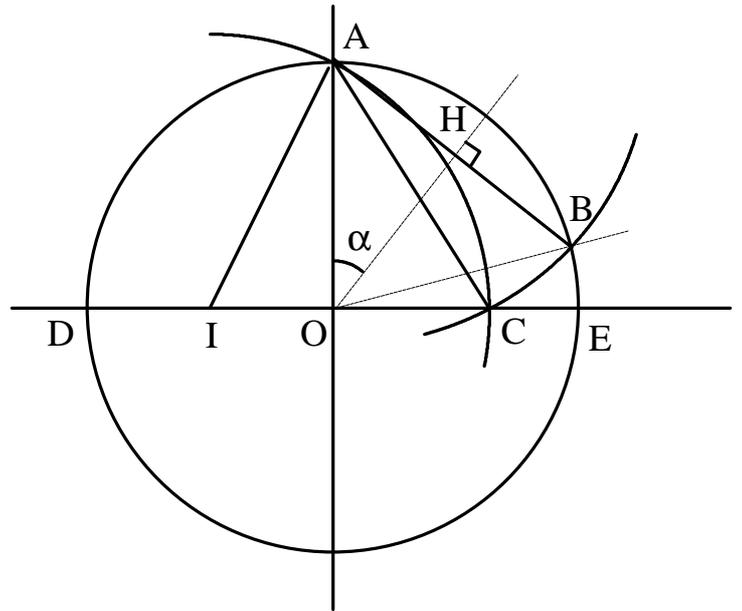
3. Calculer AC

4. Compas pointé en A, on trace l'arc de cercle de rayon AC, cet arc coupe l'arc AE en B, construire OH la bissectrice de  $\widehat{AOB}$ , calculer AH.

5. Calculer  $\alpha$

6. Calculer  $\widehat{AOB}$ , puis  $\frac{360}{\widehat{AOB}}$  ( on rappelle que OH est la bissectrice de  $\widehat{AOB}$ )

7. En déduire l'intérêt de cette construction, la terminer.



**PROBLEME n°2 : L'octogone régulier** ( 10 pts)

Construire un carré (ABCD) de 10 cm d'arrête

1. Calculer AC et CO

2. Calculer  $\alpha$

3. Compas pointé en C, on trace l'arc de cercle de rayon CO qui coupe [BC] en E

3.1. Calculer BE

3.2. Calculer KE

4. Compas pointé en B, on trace l'arc de cercle de rayon BO qui coupe [BC] en F

4.1. Calculer EF

5. Compas pointé en A, on trace l'arc de cercle de rayon AO qui coupe [AB] en G

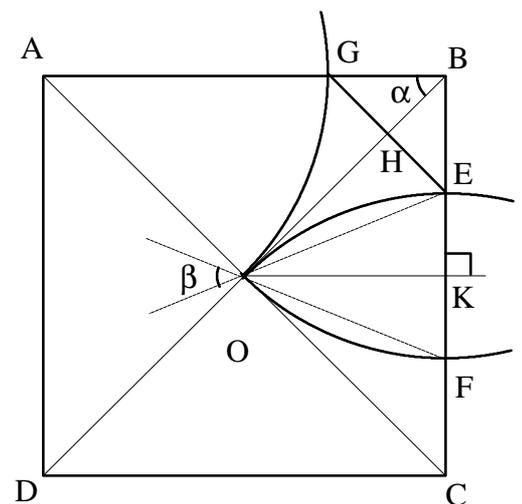
5.1. Que peut-on dire de (AC) et (EG), grâce à qui et pourquoi?

5.2. Quelle est la nature du triangle (BGH)? Pourquoi? (On rappelle que les diagonales d'un carré sont perpendiculaires)

5.3. Calculer GH, en déduire GE

6. Comparer GE et EF. En déduire l'intérêt de cette construction, la terminer.

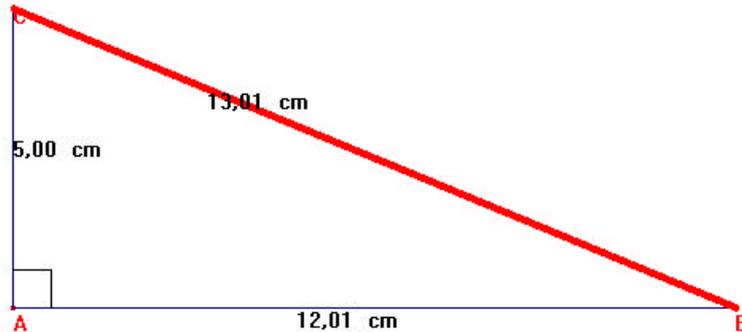
7. Calculer  $\beta$ .



## TD – La géométrie du triangle rectangle (Théorème de Pythagore et trigonométrie)

Exercice I

1-



Dans le triangle ABC rectangle en A, le théorème de Pythagore s'écrit :

$$BC^2 = AC^2 + AB^2$$

D'où  $BC^2 = 12^2 + 5^2$

$$BC^2 = 169$$

$$BC = 13$$

2-

Dans le triangle ABC rectangle en A, le théorème de Pythagore s'écrit :

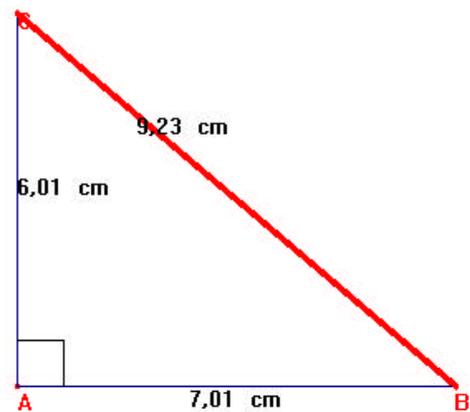
$$BC^2 = AC^2 + AB^2$$

D'où  $9,22^2 = 7^2 + AC^2$

$$AC^2 = 9,22^2 - 7^2$$

$$AC^2 = 36$$

$$AC = 6$$

Exercice II

Le triangle DEF semble rectangle en E. Déterminons :

1)  $DF^2 = 12^2 = 144$

2)  $DE^2 + EF^2 = 8^2 + 9^2 = 64 + 81 = 145$

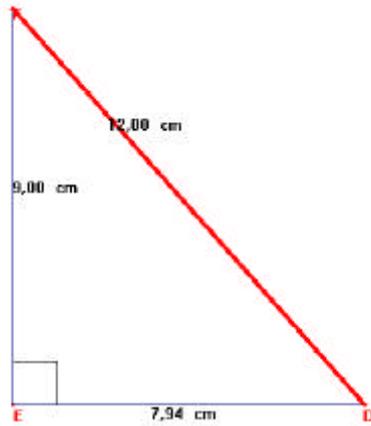
Donc

$$DE^2 \neq DE^2 + EF^2$$

Par conséquent la réciproque du théorème de Pythagore n'est pas vérifiée :

**le triangle DEF n'est pas un triangle rectangle.**

Fig :



### Exercice III

Nous pouvons affirmer que :

- 1) le triangle AOB est un triangle isocèle de sommet principal O car les points A et B sont sur le cercle de centre O.
- 2) Les triangle AOH, d'une part et BOH, d'autre part sont rectangle en H.

Conclusion : On peut affirmer que H est le milieu du segment [AB] car la hauteur [AH] du triangle isocèle AOB est aussi la médiatrice du segment [AB].

Donc  $AB = 2.AH$

Or, dans le triangle rectangle AOH, rectangle en H, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$OA^2 = OH^2 + AH^2$$

$$AH^2 = OA^2 - OH^2$$

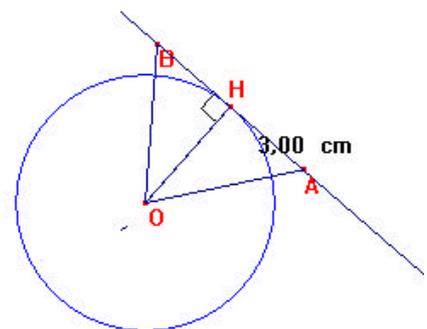
$$AH^2 = 25^2 - 20^2$$

$$AH^2 = 225$$

$$AH = 15$$

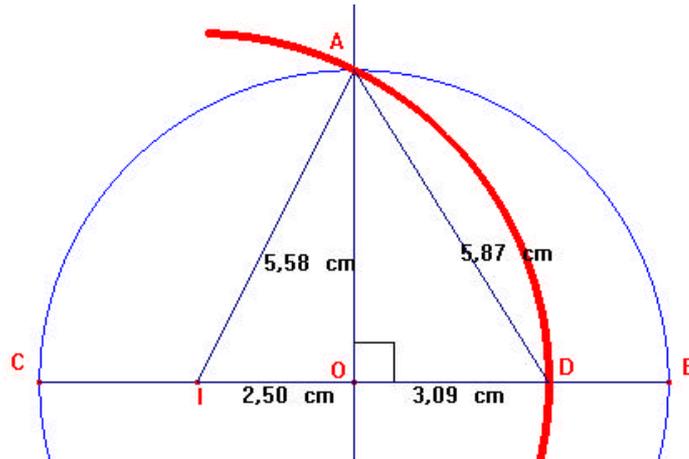
$$AB = 30$$

Par conséquent



Echelle : 1/10

## Exercice IV



- 1/ a) [OC] est un rayon du cercle donc  $OC = 5 \text{ cm}$   
Par conséquent  $OI = 2,5 \text{ cm}$
- b) Le triangle AIO étant rectangle en O, le théorème de Pythagore permet d'écrire :  
 $IA^2 = IO^2 + OA^2$   
 $IA^2 = 2,5^2 + 5^2$  car [OA] est un rayon  
 $IA^2 = 31,25$   
 $IA = 5,59 \text{ cm}$
- 2/ a) [ID] étant un rayon du cercle de centre I et de rayon [IA], on a :  
 $ID = IA$  et  $OD = ID - IO$   
Donc  $OD = 5,59 - 2,5$   
 $OD = 3,09 \text{ cm}$
- b) Le triangle OAD étant rectangle en O, le théorème de Pythagore permet d'écrire :  
 $AD^2 = OD^2 + OA^2$   
 $AD^2 = 3,09^2 + 5^2$   
 $AD^2 = 34,55$   
 $AD = 5,87 \text{ cm}$

## Exercice V

- 1/ Les trois cercles étant identiques, chacune des distances  $OO'$ ,  $OO''$ ,  $O'O''$  sont égales à deux fois le rayon du cercle (ie : le diamètre du cercle)  
donc  $OO' = OO'' = O'O'' = 80$   
Le triangle  $OO'O''$  est un triangle équilatéral.
- 2/ ces dimensions sont 80 de côté.
- 3/ Dans un triangle équilatéral, la hauteur est aussi la médiane, donc la hauteur [OH] vient couper le segment [ $O'O''$ ] en son milieu H.  
Par conséquent :  $O'H = 40$   
Dans le triangle rectangle  $O'OH$ , le théorème de Pythagore permet d'écrire :  
 $OO'^2 = OH^2 + HO'^2$   
 $OH^2 = OO'^2 - HO'^2$   
 $OH^2 = 80^2 - 40^2$   
 $OH^2 = 4800$

$$OH = 40\sqrt{3} \quad (\approx 69,28)$$

4/ La hauteur de l'empilement se décompose en OH et le diamètre

donc

$$h = OH + d$$

$$h = 40\sqrt{3} + 80$$

$$h \approx 149,28$$

### Exercice VI

1/ La face du cube étant un carré, le triangle ADC est un triangle rectangle. Appliquons le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = AD^2 + DC^2$$

$$2,89^2 = 2.a^2$$

$$a^2 = \frac{2,89^2}{2}$$

$$a^2 = 4,17$$

$$a = 2$$

L'arête du cube est 2

2/ Dans le triangle rectangle ACE, le théorème de Pythagore s'écrit :

$$AE^2 = AC^2 + CE^2$$

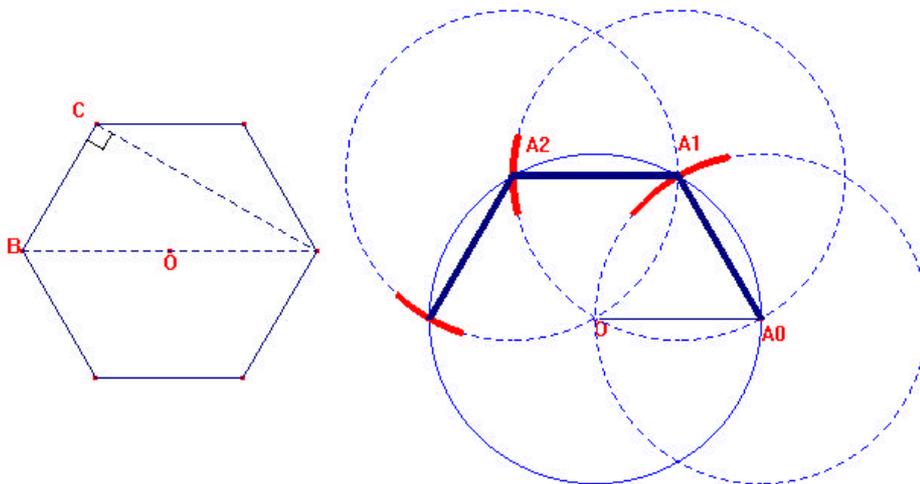
$$AE^2 = 2,89^2 + 2^2$$

$$AE^2 = 12,35$$

$$AE = 3,5$$

### Exercice VII

1/



L'hexagone est formé de 6 triangles équilatéraux de côté le rayon du cercle.

2/ Dans le triangle rectangle ABC, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

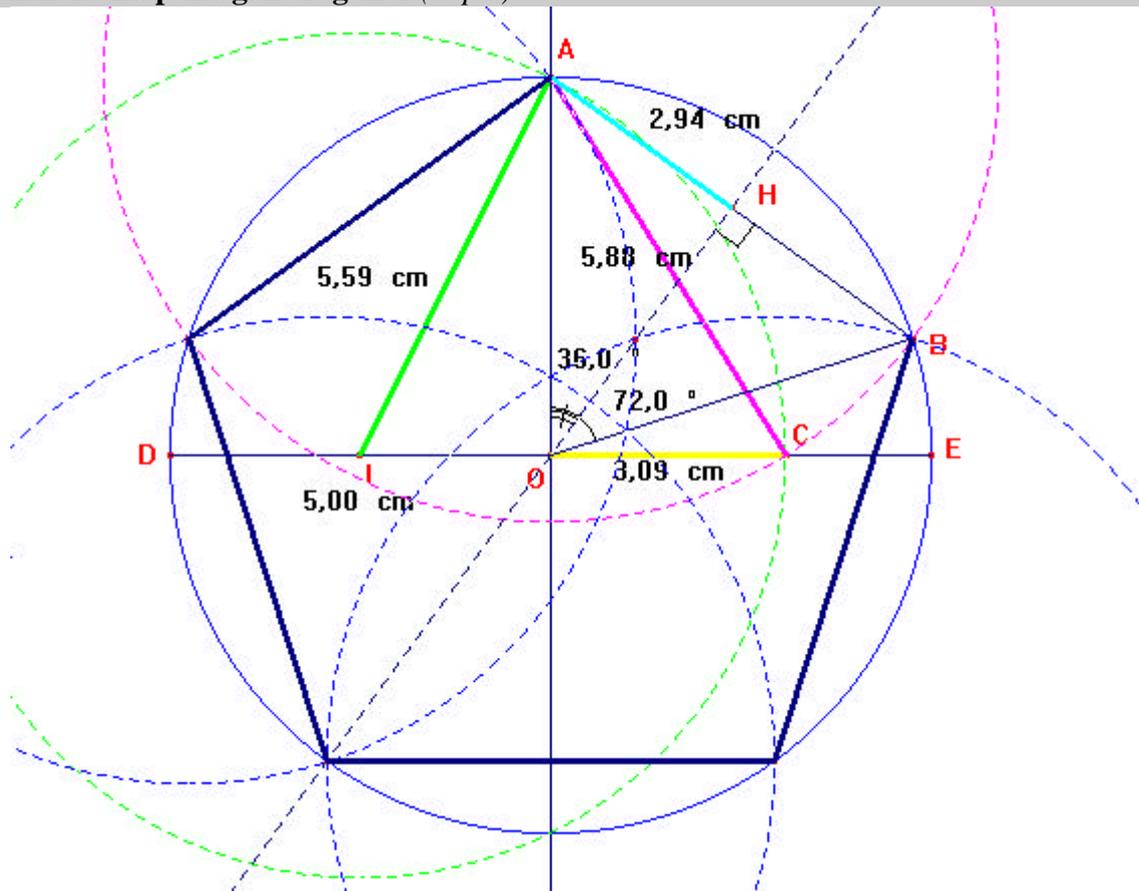
$$AB^2 = BC^2 + AC^2$$

$$AC^2 = AB^2 - BC^2$$

$$AC^2 = (2R)^2 - R^2$$

$$AC^2 = 3.R^2$$

**PROBLEME n°1 : Le pentagone régulier ( 8 pts)**



Correction pent\_reg.ppt

**PROBLEME n°2: l'octogone régulier ( 8 pts)**

1- Calcul de AC et OC.

- Dans le triangle ABC rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore :

$$\boxed{AC^2 = AB^2 + BC^2}$$

$$AC^2 = 10^2 + 10^2$$

$$AC = 10 \times \sqrt{2}$$

$$\boxed{AC \approx 14,14 \text{ cm}}$$

- est le milieu du segment [AC] d'où  $\boxed{OC = \frac{AC}{2}}$  soit  $\boxed{OC = 7,07 \text{ cm.}}$

2- Calcul de  $\alpha$ .

Dans le triangle AOB rectangle en O ( les diagonales d'un carré sont perpendiculaires ) :

$$\boxed{\sin \alpha = \frac{OA}{AB}}$$

$$\sin \alpha = \frac{7,07}{10}$$

$$\text{Soit } \boxed{\alpha = 45^\circ}$$

3.1- Calcul de BE.

- $E \in [BC]$  donc E, B et C sont alignés:  $\boxed{EB = BC - EC}$

- $OC = EC$  car E et O appartiennent tous deux au cercle de centre C et de rayon OC.

On en déduit :

$$EB \approx 10 - 7,07 \text{ soit } \underline{EB \approx 2,93 \text{ cm}}$$

### 3.2- Calcul de KE.

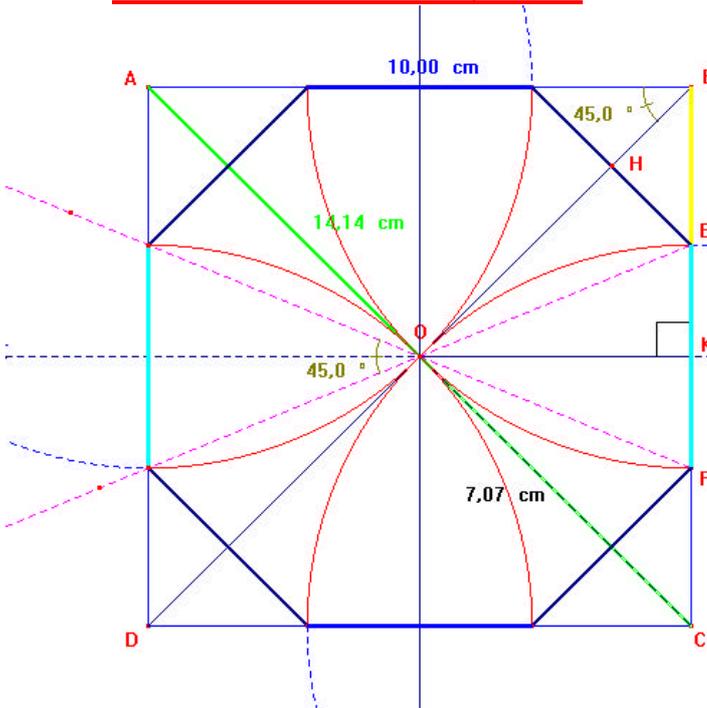
- K est le milieu de [BC] d'où  $BK = \frac{BC}{2}$
- B, E et K sont alignés d'où :

$$\underline{EK = BK - BE} \text{ soit } \underline{EK = 2,07 \text{ cm.}}$$

### 4.1- Calcul de EF.

(OK) est un axe de symétrie pour le carré ; F est donc le symétrique de E dans la réflexion d'axe (OK) et par conséquent,  $\underline{EK = KF}$

La mesure de EF est 4,14 cm.



### 5.1-

(DB) est un axe de symétrie pour le carré : G est l'image de E dans la symétrie d'axe (BD).

On a :

$$(GE) \perp (BD)$$

Or

$$(BD) \perp (AC)$$

Donc

$$\underline{(GE) \parallel (AC)}$$

### 5.2-

**Le triangle BGH est rectangle en H.** ( cf : 5.1 )

### 5.3-

Dans le triangle GBH :

$$\underline{\sin \alpha = \frac{GH}{GB}} \text{ et } GB = BE \text{ (symétrie)}$$

soit

$$\underline{2,07 \text{ cm}}$$

et

$$\underline{GE = 2 \times GH} \text{ soit } \underline{GE = 4,14 \text{ cm}}$$

$$\underline{GH =}$$

### 6-

on a  $GE = EF$ .

### 7-

Calculons  $\widehat{KOE}$  : Dans le triangle rectangle KOE:

$$\underline{\tan \widehat{KOE} = \frac{EK}{OK}} \text{ soit } \underline{\widehat{KOE} \approx 22,49^\circ}$$

Calculons  $\beta$  :

$$\underline{\beta = 2 \times \widehat{KOE}} \text{ soit } \underline{\beta \approx 44,9^\circ (\neq 45^\circ)}$$