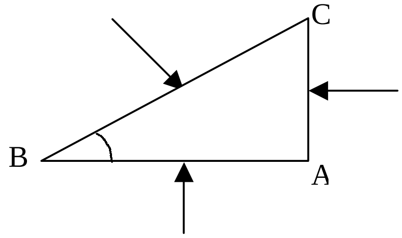
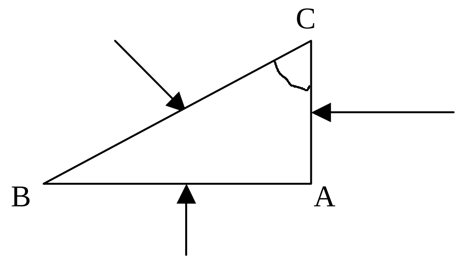
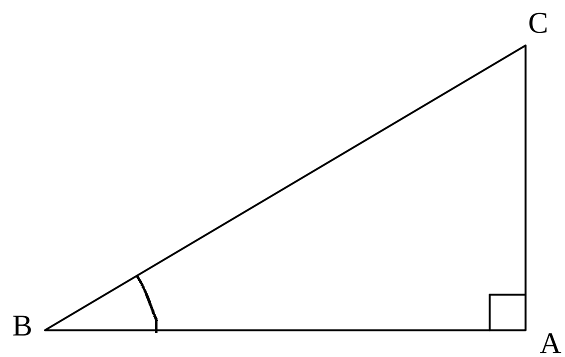
RELATIONS TRIGONOMETRIQUES DU TRIANGLE RECTANGLE

I **<u>Nature des côtés d'un triangle rectangle</u>** :

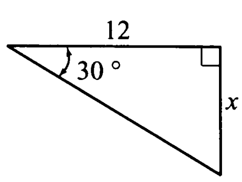


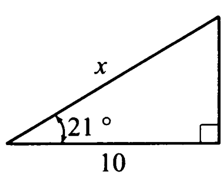


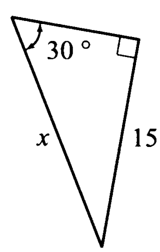
II **<u>Relations trigonométriques dans le triangle rectangle</u>** :

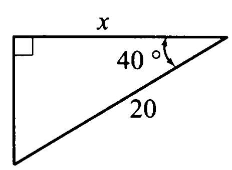
cosinus = ________ $\cos\widehat{B}$ = ______ sinus = ________ $\sin\widehat{B}$ = ______ tangente = ________ $\tan\widehat{B}$ = ______	

<u>Ex 1</u> : Pour chaque cas, calculer x.

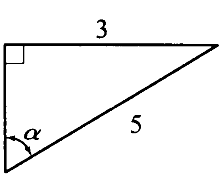


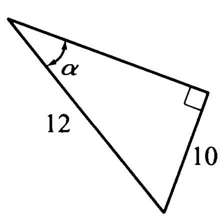


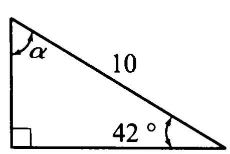


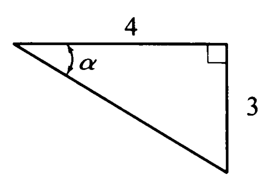


<u>Ex 2</u> : Pour chaque cas, calculer la mesure de α en degré.

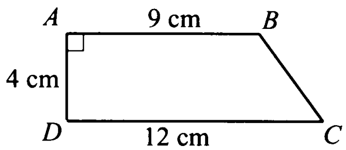






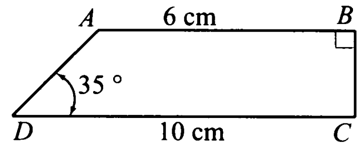


Ex 3 : Soit ABCD un trapèze rectangle.



a) Calculer le périmètre du trapèze ABCD.

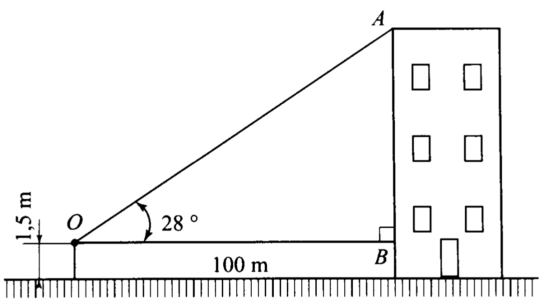
b) Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{C}$.



a) Calculer BC.

b) Calculer l'aire du trapèze.

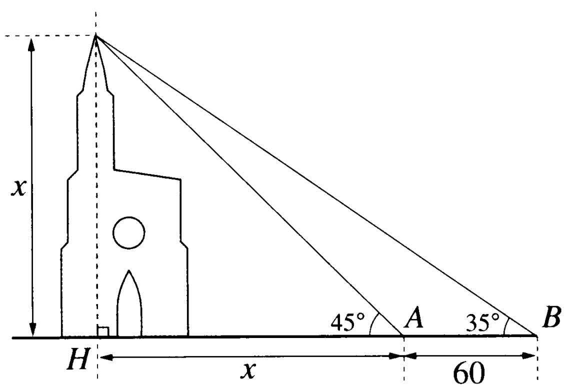
Ex 4 :



Un géomètre, à l'aide d'un théodolite placé à 100 m de la tour et à 1,5 m du sol, obtient les données décrites ci-dessous.

Calculer la hauteur de la tour (arrondie à 0,1 m).

Ex 5 :

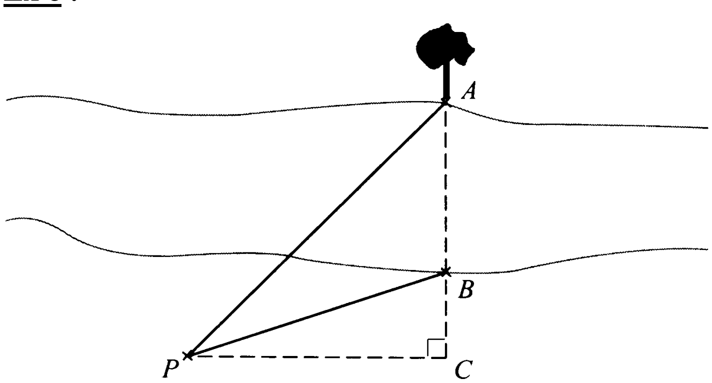


Un observateur placé en un point A voit la flèche de la cathédrale de Strasbourg. Sous un angle de 45°.

S'il recule de 60 m, il la voit sous un angle de 35°.

Calculer la hauteur de la cathédrale.

Ex 6 :



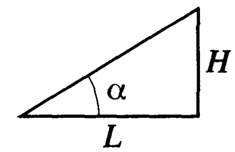
On mesure la largeur d'une rivière à l'aide d'un système de visées.

Les données sont les suivantes :

$\widehat{APC} = 62°$, BPC = 50° et PC = 23 m.

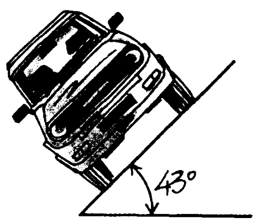
Déterminer la largeur AB de la rivière.

Ex 7 :

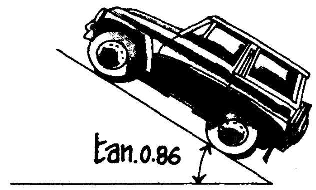


La pente d'un plan incliné est donnée par le rapport $\frac{H}{L}$, son inclinaison est donnée par l'angle α .

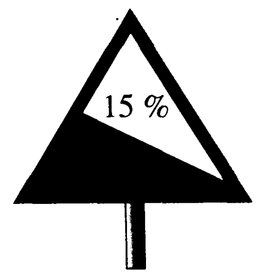
1- a) Calculer la pente du dévers en pourcentage.



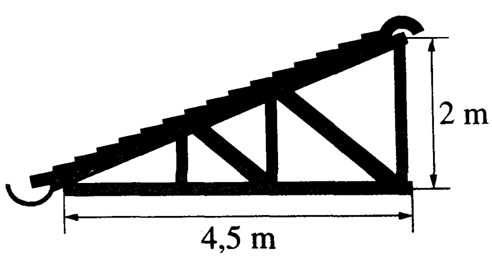
2- Calculer l'inclinaison du plan incliné.



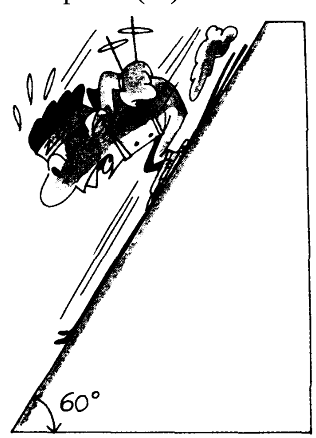
3- Calculer la pente de la route.



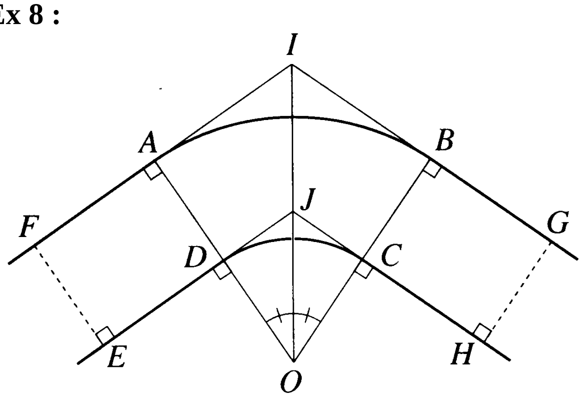
3- Calculer l'inclinaison du toit.



4- Calculer la pente (%) du couloir de neige.



Ex 8 :



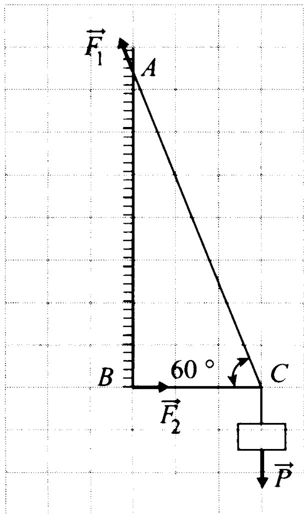
La figure ci-contre représente un trottoir.

On donne : AIB = 120° , AD = BC = 4 m , OI = 9,45 m
AF = 4,60 m, BG = 3,80 m.

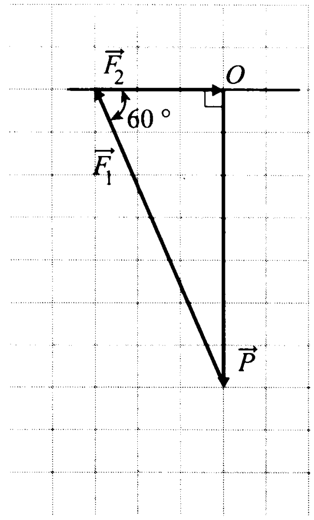
1- Calculer AIO et AOI.
2- Calculer les rayons OA et OD à 0,01 m près.
3- Calculer l'aire de la partie de la couronne ABCD à 0,001 m² près.
4- Calculer l'aire totale du trottoir FABGHCDE à 0,01 m² près.
5- Calculer la longueur de la bordure FABG à 0,01 m près.

<u>Ex 9</u> : Le schéma représente une console ABC à laquelle est suspendue une masse de poids P = 9,8 N.

A partir des actions mécaniques exercées sur le système ABC, on construit le dynamique des forces à l'équilibre.



<u>Figure 1</u>



<u>Figure 2</u>

<u>Remarque</u> : Sur la figure 1, les représentations des forces $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ indiquent uniquement les directions et les sens.

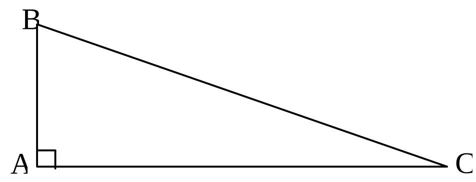
A partir du dynamique des forces (figure 2), calculer F_1 et F_2.

<u>Ex 10</u> : Compléter le tableau (arrondir les angles au degré près)

α(°)	20			
cos α		0,819		
sin α			0,766	
tan α				5,671

III **<u>Propriétés</u> :**

A) <u>Angles complémentaires.</u>



Dans le triangle ABC, on remarque que :

sin B = ——— et cos C = ——— Donc : ………………………….

De même : sin C = ——— et cos B = ——— Donc : ………………………….

Or les angles B et C sont …………………….. donc :

A RETENIR :

B) <u>Relation entre sinus, cosinus et tangente.</u>

$$\frac{\sin B}{\cos B} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} \times \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

A RETENIR :

C) <u>Relation entre sinus et cosinus.</u>

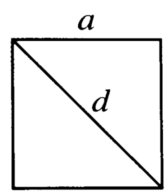
$$(\sin B)^2 + (\cos B)^2 = \left(\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}\right)^2 + \left(\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}\right)^2 = \frac{\ldots\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots\ldots}$$

Or d'après la propriété de Pythagore : ………………………….

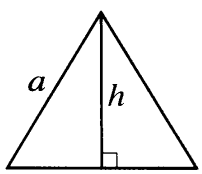
Donc : $(\sin B)^2 + (\cos B)^2 = \ldots\ldots$

A RETENIR :

D) <u>Valeurs trigonométriques remarquables.</u>



1- Exprimer la longueur d de la diagonale du carré en fonction de la longueur a du côté.
2- Exprimer la longueur h de la hauteur du triangle équilatéral en fonction de la longueur a du côté.



3- Faire apparaître sur le carré et le triangle équilatéral les angles remarquables 30°, 45° et 60° .
Rechercher alors les valeurs exactes des sinus, cosinus et tangente des angles 30°, 45° et 60°.

4- Compléter alors *astucieusement* le tableau ci-dessous.

α(°)	0	30	45	60	90
sin α					
cos α					
tan α					

<u>Ex 11</u> :

1- On donne sin â = $\frac{3}{5}$, calculer la valeur exacte de cos â et de tan â.

2- Déterminer une valeur approchée du cosinus d'un angle â sachant que sin â = 0,451 et tan â = 1,253.

3- On donne : cos 72° = 0,309 et sin 20° = 0,342
Complète sans utiliser la calculatrice : sin 18° = ………… cos 70° = ……………

4- Déterminer une valeur approchée du sinus d'un angle â sachant que cos â = 0,342 et tan â = 2,7475.

5- On donne cos â = $\frac{2}{3}$, calculer la valeur exacte de sin â et de tan â.