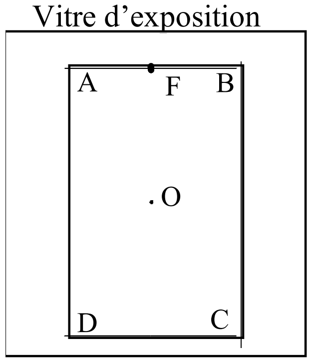
# La géométrie plane

Au centre de la vitre d'exposition du rétroprojecteur, on place un transparent rectangulaire *ABCD* de format A4. (voir ci-contre)
*AB* = *CD* = 0,210 m et *AD* = *BC* = 0,297 m.

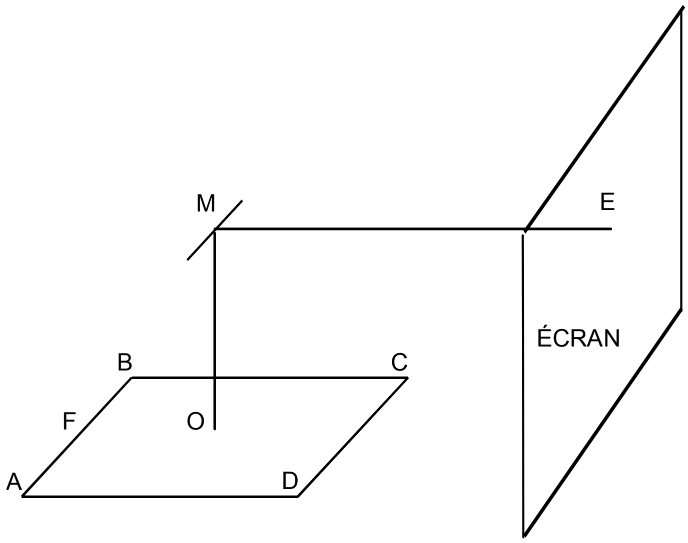
F est le milieu de [AB] et O est l'intersection des diagonales du rectangle ABCD.

Dans le cas où *OM* = 0,350 m, *ME* = 2,10 m la projection peut être schématisée comme suit :

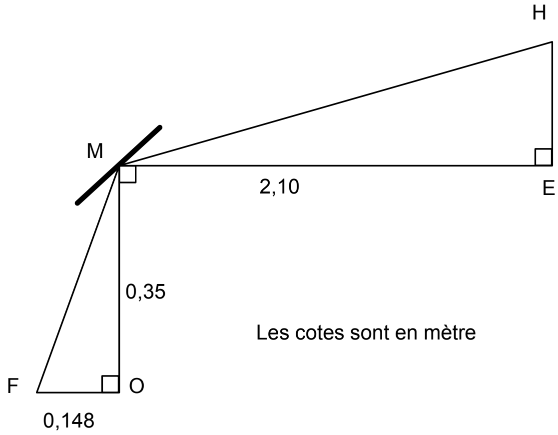
Vitre d'exposition




*Vue de dessus*




*Vue en perspective*




1- Dans le triangle OMF, **calculer**, en mètre, la distance *FM*. **Arrondir** la valeur à $10^{-2}$.

**Dans le triangle rectangle OMF, le théorème de Pythagore s'écrit :**

$$\boxed{FM^2 = OF^2 + OM^2}$$

$$FM^2 = 0{,}148^2 + 0{,}35^2$$

$$FM \approx 0{,}38 \text{ m}$$

**La distance FM vaut 0,38 m, arrondie à $10^{-2}$ (0,01 près).** *(1 pt)*

2- **Calculer**, en degré, la valeur de l'angle $\widehat{OMF}$. **Arrondir** la valeur au dixième.

**Dans le triangle rectangle OMF:**

$$\boxed{\tan \widehat{OMF} = \frac{OF}{OM}}$$

**soit** $$\tan \widehat{OMF} = \frac{0{,}148}{0{,}35}$$

**d'où** $$\widehat{OMF} = 22{,}9°$$

**La valeur de l'angle $\widehat{OMF}$ est 22,9° arrondie au dixième.** *(0,5 pt)*

3- En supposant que $\widehat{EMH} = 23°$, **calculer** en mètre, la distance *EH*, hauteur de la demi-image obtenue. **Arrondir** la valeur à $10^{-2}$.

**Dans le triangle rectangle EMH:**

$$\boxed{\tan \widehat{EMH} = \frac{EH}{EM}}$$

**soit** $\quad EH = 2,10 \times \tan 23°$

**d'où** $\quad \widehat{EMH} = 0,89$ m

**La distance EH est 0,89 m arrondie à $10^{-2}$.** *(0,5 pt)*

4- Comparer les rapports $\dfrac{FO}{OM}$ et $\dfrac{EH}{ME}$.

| | |
|---|---|
| $\dfrac{FO}{OM} = \dfrac{0,148}{0,35} \approx 0,422857\ldots$ | **On en déduit que :** $\boxed{\dfrac{FO}{OM} \approx \dfrac{EH}{ME}}$ *(1 pt)* |
| $\dfrac{EH}{ME} = \dfrac{0,89}{2,10} \approx 0,4238\ldots$ | |

5- On appelle « gamma » et on note $\gamma$, le grandissement défini par $\gamma = \dfrac{EH}{FO}$.

Calculer $\gamma$. Arrondir la valeur à l'unité.

$$\gamma = \frac{EH}{FO} = \frac{0,89}{0,148} \approx 6,01\ldots$$

**La valeur de $\gamma$ est 6 arrondi à l'unité.** *(1 pt)*

6- En supposant que toutes les dimensions du transparent sont agrandies six fois, **calculer** la largeur de l'image $CD$ obtenue à l'écran.

$$\boxed{CD_{écran} = 6 \times CD_{transparent}}$$

$$CD_{écran} = 6 \times 0,210$$

$$CD_{écran} = 1,26 \text{ m}$$

**La largeur de l'image à l'écran est 1,26 m.** *(1 pt)*

7- Le rapport de l'aire de l'image à celle du transparent est-il égal à $\gamma$, $\gamma^2$ ou $\dfrac{1}{\gamma}$ ? **Justifier** la réponse.

$\boxed{\mathcal{A}(transparent) = CD_{transparent} \times BC_{transparent}}$ **et** $\boxed{\mathcal{A}(image) = CD_{écran} \times BC_{écran}}$

$$\mathcal{A}(image) = 6 \times CD_{transparent} \times 6 \times BC_{transparent}$$

$$\mathcal{A}(image) = 6^2 \times CD_{transparent} \times BC_{transparent}$$

$$\mathcal{A}(image) = 6^2 \times \mathcal{A}(transparent)$$

**Soit** $\quad \boxed{\mathcal{A}(image) = \gamma^2 \times \mathcal{A}(transparent)}$

**Le rapport de l'aire de l'image à celle du transparent est $\gamma^2$.**