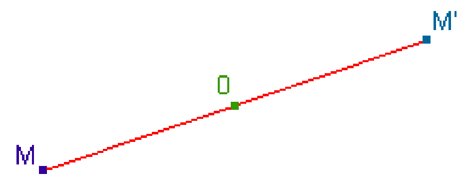
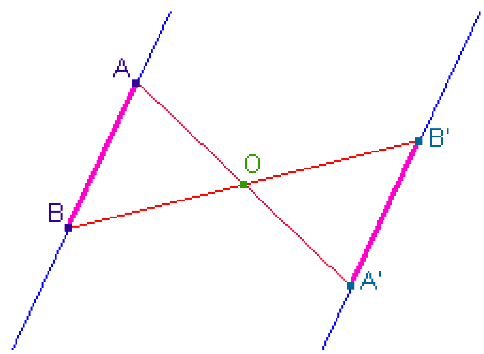
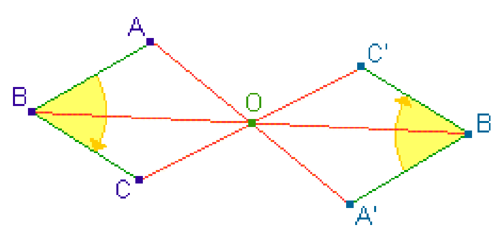
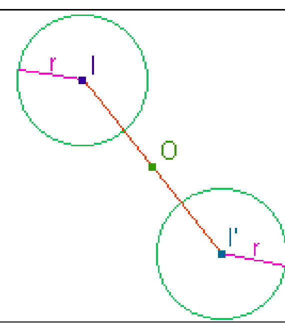
Les quatre transformations connues du collège

et à connaître !

La symétrie centrale

C'est la première transformation étudiée au collège :
Elle se fait par rapport à **un centre** donc par rapport à **un point.**

Définition M' est l'image de M par la symétrie de centre I signifie que O est le milieu du segment [MM']. *On peut écrire :* $\vec{MO} + \vec{OM'} = \vec{0}$	
Propriétés A' et B' sont les images respectives des points A et B par la symétrie centrale de centre O. ¬ L'image d'une droite (AB) par la symétrie centrale de centre O est la droite (A'B'). **On a :** (AB) // (A'B') **Conservation du parallélisme !**	
¬ L'image du segment [AB] par la symétrie de centre O est le segment [A'B'] de même longueur. **On a :** A'B' = AB **Conservation des distances !**	
¬ La symétrie centrale de centre O conserve les angles orientés. **On a :** $(\vec{B'A'} ; \vec{B'C'}) = (\vec{BA} ; \vec{BC})$ **Conservation des angles orientés !**	
¬ La symétrie centrale de centre O conserve les formes et les figures : Un triangle rectangle ou isocèle reste un triangle rectangle ou isocèle ; un cercle reste un cercle ; un carré reste un carré ; un quadrilatère reste un quadrilatère…	

La symétrie axiale ou réflexion

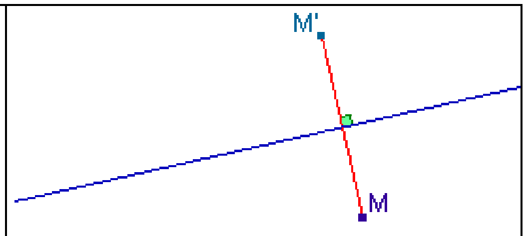
Elle se fait par rapport à **un axe** donc par rapport à **une droite.**

Définition

M' est l'image de M par la symétrie d'axe (Δ) signifie que la droite (Δ) est la médiatrice de [MM']

On peut écrire:

$$\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OM'} = \vec{0}$$



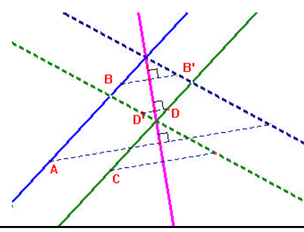
Propriétés

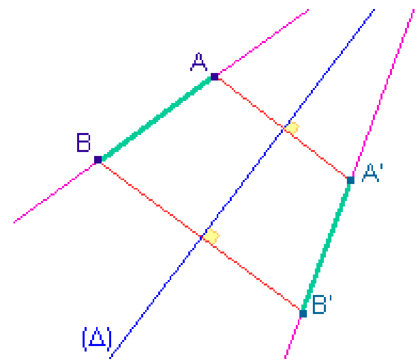
A' et B' sont les images respectives des points A et B par la symétrie d'axe (Δ).

- L'image d'une droite (AB) par la symétrie d'axe (Δ) est la droite (A'B').
  Attention:
  (AB) et (A'B') ne sont pas forcément parallèles! **MAIS**

  Conservation du parallélisme !

Soient A', B', C', D' les images respectives des points A, B, C, et D dans la symétrie d'axe (Δ) :
Si (AB)//(CD) alors (A'B')//(C'D')





- L'image du segment [AB] par la symétrie d'axe (Δ) est le segment [A'B'] de même longueur.
  On a :

  A'B' = AB

  Conservation des distances !

- La symétrie d'axe (Δ) ne conserve pas les angles orientés.
  On a :

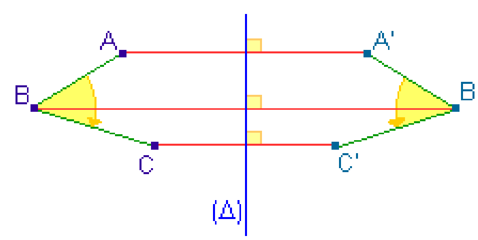
  $(\overrightarrow{B'A'} ; \overrightarrow{B'C'}) = -(\overrightarrow{BA} ; \overrightarrow{BC})$ **MAIS**

Conservation des angles géométriques !

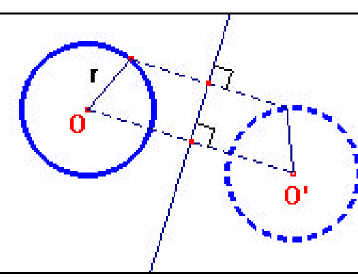
Si A', B' et C' sont les images respectives des points A, B et C par la symétrie d'axe (Δ) alors :

$$(\overrightarrow{B'A'} ; \overrightarrow{B'C'}) = -(\overrightarrow{BA} ; \overrightarrow{BC})$$

Cette transformation inverse les angles orientés !



- La symétrie d'axe (Δ) conserve les formes et les figures : Un triangle rectangle ou isocèle reste un triangle rectangle ou isocèle ; un cercle reste un cercle ; un carré reste un carré ; un quadrilatère reste un quadrilatère…



La translation

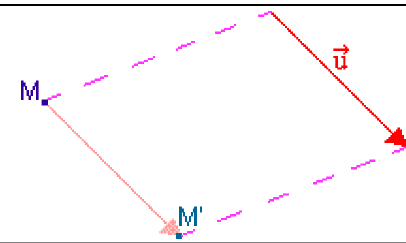
C'est l'appellation mathématiques de ce qu'on appelle communément un déplacement. Lorsqu'on se déplace, on fait un mouvement dans une certaine direction et d'une certaine distance : On se déplace selon **un vecteur**.

Définition

M' est l'image de M par la translation de vecteur $\vec{u}$.

On peut écrire :

$$\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$$

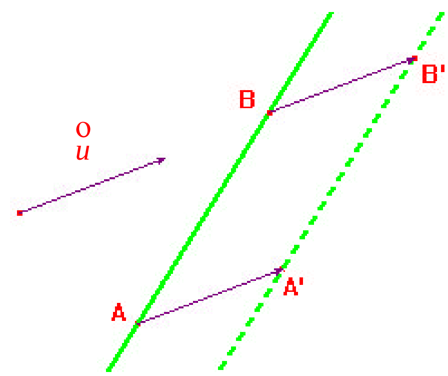


Propriétés

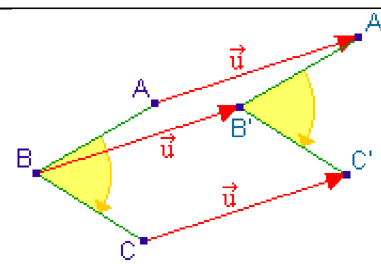
A' et B' sont les images respectives des points A et B par la translation de vecteur $\vec{u}$.

- L'image d'une droite (AB) par la translation de vecteur $\vec{u}$ est la droite (A'B').
  On a :
  (AB) // (A'B')
  Conservation du parallélisme !

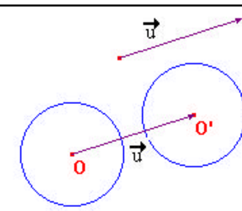
- L'image du segment [AB] par la translation de vecteur $\vec{u}$ est le segment [A'B'] de même longueur.
  On a :
  A'B' = AB
  Conservation des distances !



- La translation de vecteur $\vec{u}$ conserve les angles orientés.
  On a :
  $(\overrightarrow{B'A'} ; \overrightarrow{B'C'}) = (\overrightarrow{BA} ; \overrightarrow{BC})$
  Conservation des angles orientés !



- La translation de vecteur $\vec{u}$ conserve les formes et les figures : Un triangle rectangle ou isocèle reste un triangle rectangle ou isocèle ; un cercle reste un cercle ; un carré reste un carré ; un quadrilatère reste un quadrilatère…



La rotation

C' est l' appellation mathématiques donnée aux mouvement qui provoquent le pivotement des figures autour d' un point.

Définition

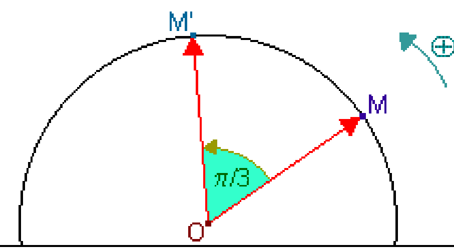
M' est l' image de M par la rotation de centre O et d' angle α.

On peut écrire :

- Le point M' est sur le cercle de centre O et passant par M :

  OM = OM'

- L' angle orienté $(\vec{OM} ; \vec{OM'})$ a pour mesure α (radian)



Propriétés

A' et B' sont les images respectives des points A et B par la translation de vecteur $\vec{u}$.

- L' image d' une droite (AB) par la rotation de centre O et d' angle α est la droite (A' B').

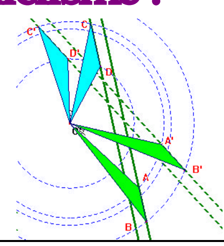
  Attention:

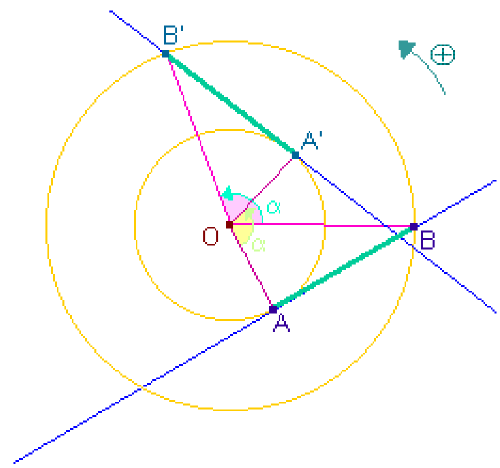
  (AB) et (A' B') ne sont pas forcément parallèles! **MAIS**

Conservation du parallélisme !

Soient A' , B' , C' , D' les images respectives des point sA, B, C, et D dans la rotation de centre O et d' angle α.

Si (AB)//(CD) alors (A' B')//(C' D')





- L' image du segment [AB] par la rotation de centre O et d' angle α est le segment [A' B'] de même longueur.

  On a :

  A' B' = AB

Conservation des distances !

- La rotation de centre O et d' angle α conserve les angles orientés.

  On a :

  $(\vec{B'A'} ; \vec{B'C'}) = (\vec{BA} ; \vec{BC})$

Conservation des angles orientés !