CORRIGE

Évaluation sur la géométrie vectorielle

L'essentiel du cours : (11,5 pts)

1- Un vecteur $\overrightarrow{AB}$ est caractérisé par :
   - sa **direction** matérialisée par la **droite** (**AB**)
   - son **sens** : de **A** vers **B**
   - sa **norme** ou **longueur** : $\|\overrightarrow{AB}\| = \mathbf{AB}$

2- Deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux s'ils ont :
   - **même direction**
   - **même sens**
   - **même norme**

3- Dire que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ équivaut à dire que le quadrilatère ABCD est un **parallélogramme**.

4- Si on note $\vec{u}$ tout vecteur égal au vecteur $\overrightarrow{AB}$, on a alors :

$$\vec{u} = \overrightarrow{AB} \text{ et } \|\vec{u}\| = \|\overrightarrow{AB}\|$$

5- Tout vecteur de la forme $\overrightarrow{AA}$, $\overrightarrow{BB}$, …, $\overrightarrow{MM}$ est un vecteur **nul** noté $\vec{0}$.

6- Le produit d'un vecteur $\vec{u}$ non nul par un nombre non nul k est le vecteur $k.\vec{u}$ tel que :
   - $\vec{u}$ et $k.\vec{u}$ ont **même direction**
   - $\vec{u}$ et $k.\vec{u}$ sont de même sens si $\mathbf{k > 0}$
   - $\vec{u}$ et $k.\vec{u}$ sont de sens contraire si $\mathbf{k < 0}$
   - $\|k.\vec{u}\| = |\mathbf{k}| \times \|\vec{u}\|$
   - on dit que les vecteur $\vec{u}$ et $k.\vec{u}$ sont **colinéaires**.

Somme de vecteurs

Exercice 1 *(6 points)*
Une règle subit deux translations qui la déplace de [AB] en [CD] puis de [CD] en [EF].

1- Construire dans le cadre ci-dessous les vecteurs $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{DF}$.
2- Déterminer le vecteur de la translation qui déplace directement le règle de [AB] en [EF].

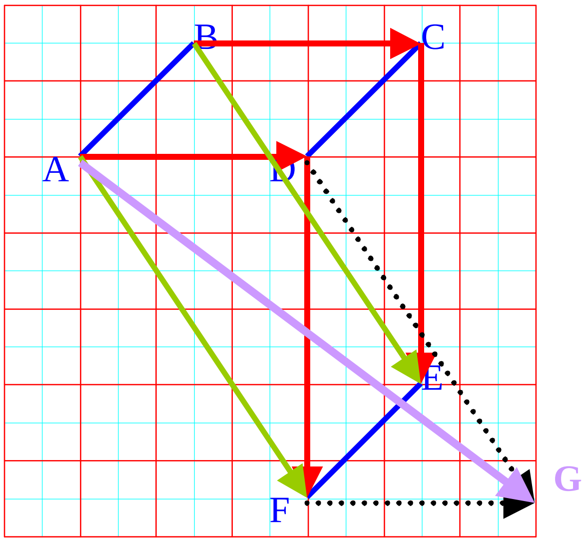
Deux vecteurs possibles : $\overrightarrow{AF}$ ou $\overrightarrow{BE}$.

3- Compléter : $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{AF}$.

4- L'égalité $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AF}$ est-elle vraie ? Justifier la réponse.

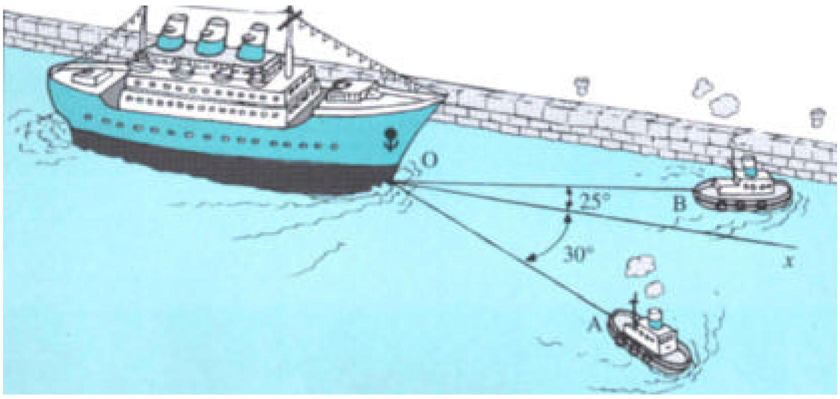
D'après la relation de Chasles, $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BE}$ or $\overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{BE}$ sont les vecteur de la translation qui transforme [AB] en [FE] d'où $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BE}$ soit $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AF}$.

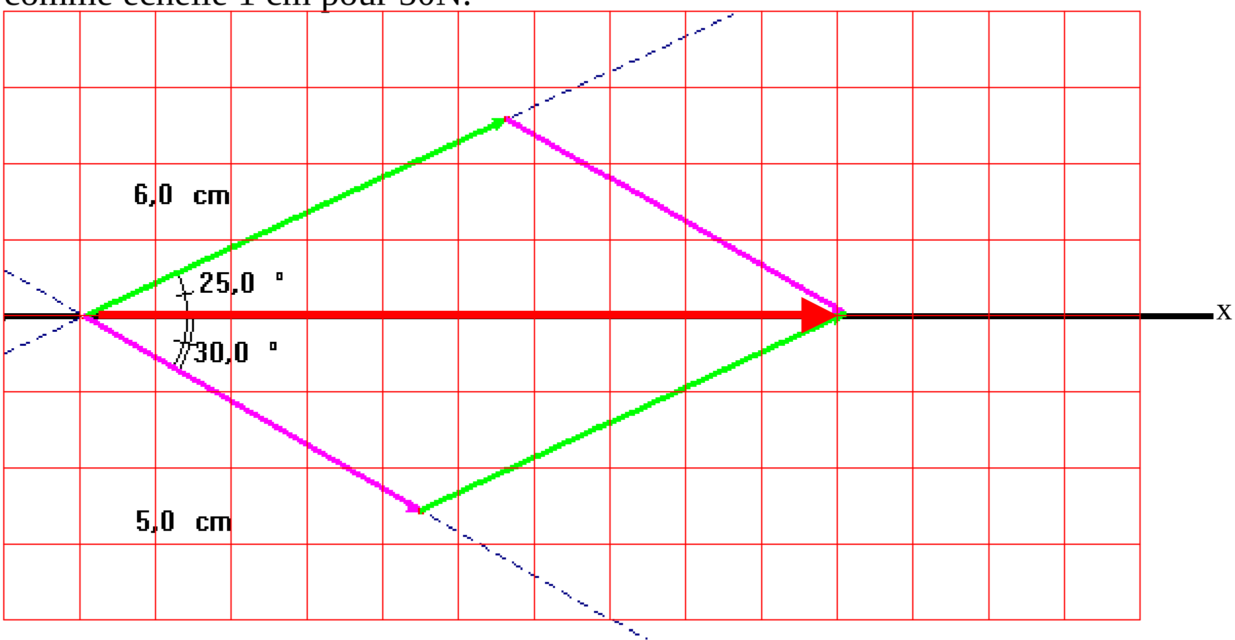
5- Construire le vecteur $\overrightarrow{AG}$ tel que $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AF}$



Exercice 2 (3,5 points)

Un remorqueur A exerce une force $\vec{F}_1$ de 250N dans une direction formant un angle de 30° avec l'axe (Ox) ; le remorqueur B exerce une force $\vec{F}_2$ de 300N formant un angle de 25° avec l'axe (Ox). L'axe (Ox) est parallèle au quai.Tracer à partir du point O les vecteurs $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ en prenant comme échelle 1 cm pour 50N.





2- Construire le vecteur somme $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$.

3- Le bateau avance -t-il parallèlement au quai ? **Oui, car la résultante des deux forces a une direction parallèle au quai (matérialisé par la droite (ox))**

Coordonnées d'un vecteur.

Exercice 3 *(9 points)*

Sur l'écran d'un radar de contrôle aérien, on a détecté un avion en A :

- **cap 30° est**
- **distance 6 km.**

Un peu plus tard, on le repère en B :

- **cap 50° ouest,**
- **distance 2,5 km.**

1- **Calculer** les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$ dans le repère (O, i , j).

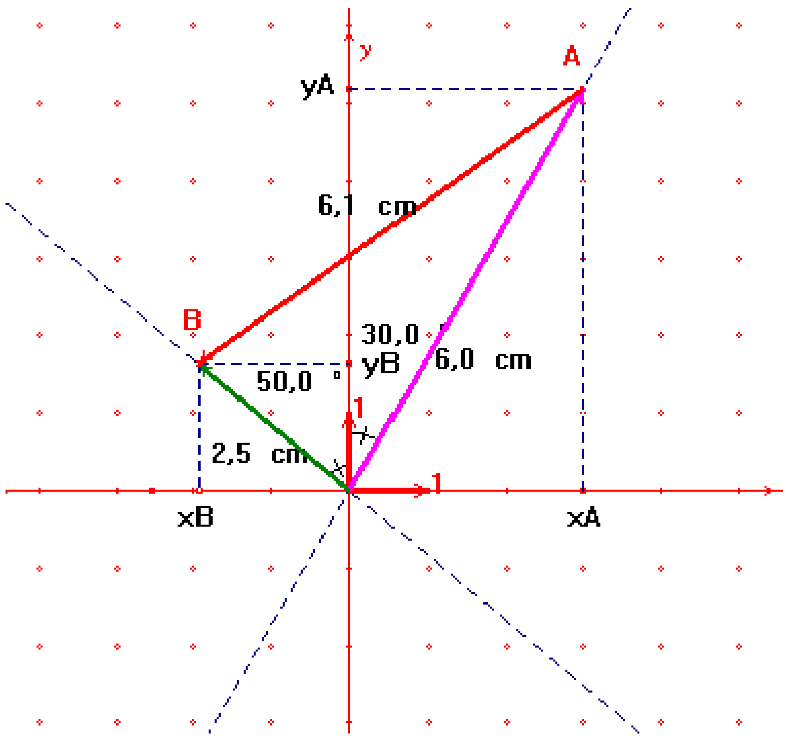
☞ *Vous avez besoin des relations trigonométriques dans un triangle rectangle.*

Pour les coordonnées du point A (x_A ; y_A) :

$$x_A = OA \sin 30° = 6.\sin 30° = 3$$

$$y_A = OA \cos 30° = 6.\cos 30° = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \approx 5{,}2$$

$\boxed{A(3 ; 5{,}2)}$



Pour les coordonnées du point B (x_B ; y_B) :

$$x_B = - OB \sin 50° = - 2{,}5.\sin 50° \approx - 1{,}9$$

$$y_B = OB \cos 50° = 2{,}5.\cos 50° \approx 1{,}6$$

$\boxed{B(- 1{,}9 ; 1{,}6)}$

2 Représenter les vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$

3 Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AB}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} \text{ soit } \boxed{\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}}$$

4 Calculer les coordonnées et la norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_{\overrightarrow{OB}} - x_{\overrightarrow{OA}} = -1,9 - 3 = -4,9 \\ y_{\overrightarrow{OB}} - y_{\overrightarrow{OA}} = 1,6 - 5,2 = -3,6 \end{pmatrix}$$

5 Déduire la distance parcourue par l'avion entre les points A et B.

- **La distance parcourue correspond à la distance AB soit $\|\overrightarrow{AB}\|$:**

$$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{x_{\overrightarrow{AB}}^2 + y_{\overrightarrow{AB}}^2}$$

$$AB = \sqrt{(-4,9)^2 + (-3,6)^2}$$

$$AB \approx 6$$

La distance parcourue est environ 6 km.