

Devoir libre de mathématiques

BEP Industriels

2002/2003

L'objectif de ce devoir est de vous préparer au devoir surveillé n°2 (BEP Blanc – début décembre)

- Les exercices seront complétés sur le sujet.
- Les résultats, selon l'exercice, seront encadrés ou soulignés (à la règle) ou formulés avec une phrase dans un français correct.
- Les résultats seront donnés en valeur exacte sauf indication contraire du sujet.
- **Lisez l'énoncé avec attention** et n'hésitez pas à consulter les documents à votre disposition : cours, cahier élève, évaluations, dossier synthèse, livre...
- Devoir à rendre pour le vendredi 21 novembre (dernier délai)

Exercice I

1. Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes.

$$-3x = 9$$

.....
.....
.....
.....

$$x - 7 = 3$$

.....
.....
.....
.....

$$-2x + 4 = -1$$

.....
.....
.....
.....

$$2x + 7 = 5 - 3x$$

.....
.....
.....
.....
.....

$$2(3x - 5) = 4x - 3$$

.....
.....
.....
.....
.....

$$6x - (11 - 2x) = 4x - 3$$

.....
.....
.....
.....
.....

/6

2. Résoudre l'équation :

$$\frac{2x - 1}{3} - \frac{x - 3}{4} = 1 + \frac{2x + 2}{12}$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

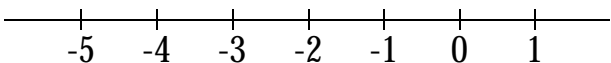
/3

Exercice II

1) Déterminer l'ensemble A tels que (vous représenterez les solutions sur la droite graduée et donnerez l'intervalle des solutions correspondant) :

$$1 - 2x < 7$$

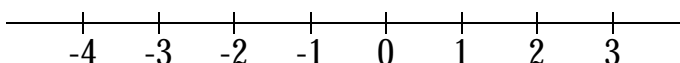
.....



S =

$$-1 \leq 1 - 2x$$

.....



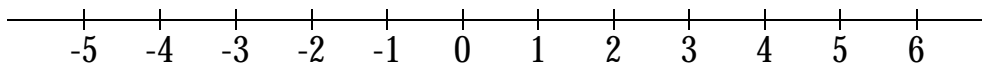
S =

/2

2) Représenter graphiquement les solutions de l'inéquation :

$$-7,5x + 4,2 \leq 6,9x$$

.....



/1

3) Résoudre dans IR

$$\begin{cases} 1,5(x + 2) \geq 3(0,8x - 2) & (1) \\ 5(x + 2) - 2x \geq 2(x + 4) & (2) \end{cases}$$

$$1,5(x + 2) \geq 3(0,8x - 2) \quad (1)$$

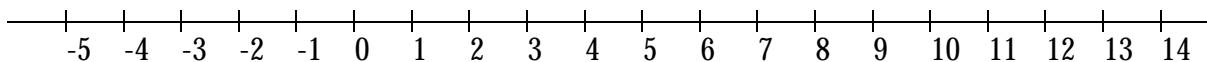
.....

$$5(x + 2) - 2x \geq 2(x + 4) \quad (2)$$

.....

Représenter sur une même droite graduée :

- L'ensemble des solutions de (1)
- L'ensemble des solutions de (2)
- L'ensemble commun aux deux solutions (on utilisera des couleurs différentes pour l'ensemble des solutions de chaque inéquation)



Ecrire la solution sous forme d'intervalles :

S =

/3

4) Quels sont les nombres entiers strictement positifs solutions de :

$$\frac{3x + 2}{5} - \frac{2x + 1}{3} \leq \frac{x + 4}{3}$$

<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
---	--

/2

5) a) Etudier suivant les valeurs du réel x le signe de $(x - 9)$. Pour cela résoudre l'inéquation $x - 9 > 0$ et en déduire les valeurs pour lesquelles $x - 9 < 0$.

$$x - 9 > 0$$

.....

.....

x	$-\infty$		$+\infty$
$x - 9$

b) Même question avec $3x + 1$.

$$3x + 1 > 0$$

.....

.....

x	$-\infty$		$+\infty$
$3x + 1$

c) En déduire le signe de $\frac{x - 9}{3x + 1}$ dans l'intervalle $] -\frac{1}{3}; 9 [$.

x	$-\infty$		$+\infty$
<i>Signe de $(x - 9)$</i>			
<i>Signe de $(3x + 1)$</i>			
<i>Signe de $\frac{x - 9}{3x + 1}$</i>			

.....

.....

.....

/5

Exercice I

1. Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes.

$$-3x = 9$$

$$-3x = 9$$

$$x = \frac{9}{-3}$$

$$x = -3$$

$$S = \{-3\}$$

$$x - 7 = 3$$

$$x = 3 + 7$$

$$x = 10$$

$$S = \{10\}$$

$$-2x + 4 = -1$$

$$-2x = -1 - 4$$

$$-2x = -5$$

$$x = \frac{-5}{-2}$$

$$S = \left\{\frac{5}{2}\right\}$$

$$2x + 7 = 5 - 3x$$

$$2x + 3x = 5 - 7$$

$$5x = -2$$

$$x = -\frac{2}{5}$$

$$S = \left\{-\frac{2}{5}\right\}$$

$$2(3x - 5) = 4x - 3$$

$$6x - 10 = 4x - 3$$

$$2x = -3 + 10$$

$$x = \frac{7}{2}$$

$$S = \left\{\frac{7}{2}\right\}$$

$$6x - (11 - 2x) = 4x - 3$$

$$6x - 11 + 2x = 4x - 3$$

$$6x - 4x + 2x = -3 + 11$$

$$4x = 8$$

$$x = 2$$

$$S = \{2\}$$

/6

2. Résoudre l'équation :

$$\frac{2x-1}{3} - \frac{x-3}{4} = 1 + \frac{2x+2}{12}$$

$$\frac{4 \times (2x-1)}{12} - \frac{3 \times (x-3)}{12} = \frac{12}{12} + \frac{2x+2}{12}$$

$$4(2x-1) - 3(x-3) = 12 + 2x + 2$$

$$8x - 4 - 3x + 9 = 14 + 2x$$

$$5x + 5 = 14 + 2x$$

$$5x - 2x = 14 - 5$$

$$3x = 9$$

$$x = \frac{9}{3}$$

$$x = 3$$

$$S = \{3\}$$

/3

3. Mise en équation.

Les dépenses d'une famille ont été les suivantes :

- $\frac{1}{4}$ du salaire pour le loyer
- $\frac{3}{5}$ pour la nourriture et l'habillement
- $\frac{1}{20}$ pour les dépenses diverses.
- Il reste alors 100 €.

Quel est le salaire mensuel ?

Soit x le salaire mensuel.

$\frac{1}{4}$ du salaire pour le loyer : $\frac{1}{4}x$

$\frac{3}{5}$ pour la nourriture et l'habillement : $\frac{3}{5}x$

$\frac{1}{20}$ pour les dépenses diverses : $\frac{1}{20}x$

reste : 100 €

Le salaire se décompose donc de la manière suivante :

$$x = \frac{1}{4}x + \frac{3}{5}x + \frac{1}{20}x + 100$$

$$x - \frac{1}{4}x - \frac{3}{5}x - \frac{1}{20}x = 100$$

$$\frac{20x}{20} - \frac{5x}{20} - \frac{12x}{20} - \frac{1}{20}x = 100$$

$$\frac{2}{20}x = 100$$

$$x = 100 \times 10$$

$$x = 1000$$

Le salaire mensuel est 1000 €.

Vérification :

$$\frac{1}{4} \times 1000 = 250$$

$$\frac{3}{5} \times 1000 = 600$$

$$\frac{1}{20} \times 1000 = 50$$

$$250 + 600 + 50 + 100 = \mathbf{1000 \text{ €}}$$

/3

4. Trois usines se partagent un lotissement de 5000ha. La première a deux fois plus de terrain que la deuxième. La troisième loue sa parcelle 38000 € par mois à 80 € l'hectare. Quelle est la part de terrain de chaque usine ?

Soit x_1 la part de terrain de la première usine, x_2 la part de terrain de la deuxième usine et x_3 la part de la troisième usine. L'énoncé nous permet d'écrire les relations suivantes :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5000 & (1) \\ x_1 = 2 \times x_2 & (2) \\ x_3 = \frac{38000}{80} = 475 & (3) \end{cases}$$

Dans (1) :

$$2x_2 + x_2 + 475 = 5000$$

$$3x_2 = 5000 - 475$$

$$x_2 \approx 1508$$

Dans (2) : $x_1 = 2 \times 1508 \approx 3017$

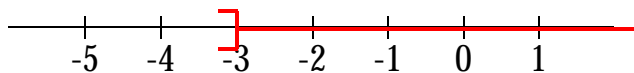
La part de terrain de la première entreprise est 3017 ha, celle de la seconde entreprise 1508 ha et la troisième est 475 ha.

/3

Exercice II

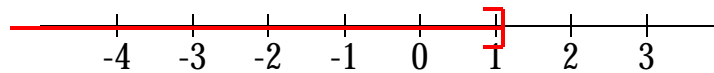
1) Déterminer l'ensemble A tels que (vous représenterez les solutions sur la droite graduée et donnerez l'intervalle des solutions correspondant) :

$$\begin{aligned} 1 - 2x &< 7 \\ -2x &< 7 - 1 \\ x &> \frac{6}{-2} \\ x &> -3 \end{aligned}$$



$$S =] -3 ; + \infty [$$

$$\begin{aligned} -1 &\leq 1 - 2x \\ 2x &\leq 1 + 1 \\ 2x &\leq 2 \\ x &\leq 1 \end{aligned}$$

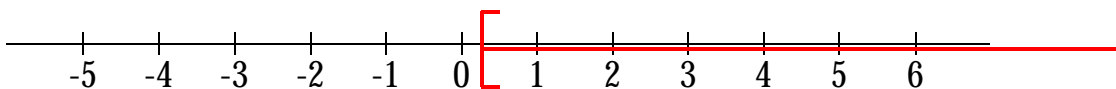


$$S =] - \infty ; 1]$$

/2

2) Représenter graphiquement les solutions de l'inéquation :

$$\begin{aligned} -7,5x + 4,2 &\leq 6,9x \\ -7,5x - 6,9x &\leq -4,2 \\ -14,4x &\leq -4,2 \\ x &\geq \frac{-4,2}{-14,4} \\ x &\geq \frac{7}{24} \end{aligned}$$



/1

3) Résoudre dans \mathbb{R}

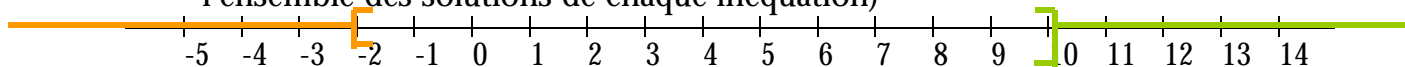
$$\begin{cases} 1,5(x + 2) \geq 3(0,8x - 2) & (1) \\ 5(x + 2) - 2x \geq 2(x + 4) & (2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 1,5(x + 2) &\geq 3(0,8x - 2) & (1) \\ 1,5x + 3 &\geq 2,4x - 6 \\ 1,5x - 2,4x &\geq -6 - 3 \\ -0,9x &\geq -9 \\ x &\leq \frac{-9}{-0,9} \\ x &\leq 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5(x + 2) - 2x &\geq 2(x + 4) & (2) \\ 5x + 10 - 2x &\geq 2x + 8 \\ 3x + 10 &\geq 2x + 8 \\ 3x - 2x &\geq 8 - 10 \\ x &\geq -2 \end{aligned}$$

Représenter sur une même droite graduée :

- L'ensemble des solutions de (1)
- L'ensemble des solutions de (2)
- L'ensemble commun aux deux solutions (on utilisera des couleurs différentes pour l'ensemble des solutions de chaque inéquation)



Écrire la solution sous forme d'intervalles :

$$S = [-2 ; 10]$$

/3

4) Quels sont les nombres entiers strictement positifs solutions de :

$$\frac{3x+2}{5} - \frac{2x+1}{3} \leq \frac{x+4}{3}$$

$$\frac{3x+2}{5} - \frac{2x+1}{3} \leq \frac{x+4}{3}$$

$$\frac{3 \times (3x+2)}{15} - \frac{5 \times (2x+1)}{15} \leq \frac{5 \times (x+4)}{15}$$

$$9x+6-10x-5 \leq 5x+20$$

$$-x+1 \leq 5x+20$$

$$-x-5x \leq 20-1$$

$$-6x \leq 19$$

$$x \geq -\frac{19}{6}$$

$S = \mathbb{N}$: Tous les entiers naturels conviennent.

/2

5)

a) Étudier suivant les valeurs du réel x le signe de $(x - 9)$. Pour cela résoudre l'inéquation $x - 9 > 0$ et en déduire les valeurs pour lesquelles $x - 9 < 0$.

$$x - 9 > 0$$

$$x > 9$$

x	$-\infty$	9	$+\infty$
$x - 9$	-	0	+

b) Même question avec $3x + 1$.

$$3x + 1 > 0$$

$$3x > -1$$

$$x > -\frac{1}{3}$$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	$+\infty$
$3x + 1$	-	0	+

c) En déduire le signe de $\frac{x-9}{3x+1}$ dans l'intervalle $]-\frac{1}{3}; 9[$.

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	9	$+\infty$
<i>Signe de $(x - 9)$</i>	-	-	-	+
<i>Signe de $(3x + 1)$</i>	-	+	+	+
<i>Signe de $\frac{x-9}{3x+1}$</i>	+	-	-	+

Sur l'intervalle $]-\frac{1}{3}; 9[$, $\frac{x-9}{3x+1}$ est strictement négatif.

/5

