

TD n°3

Calculs avec des puissances

1- Simplifier les écritures suivantes (sans calculatrice)

$$A = (2^3 \times 3^2)^2$$

$$= (2^3)^2 \times (3^2)^2$$

$$A = 2^6 \times 3^4$$

$$B = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times 3^3$$

$$= \frac{2^2}{3^2} \times 3^3$$

$$= 2^2 \times 3^{3-2}$$

$$B = 2^2 \times 3$$

$$C = (2^2 \times 2^{-4})^2 \times (3^3)^2 \times 3^{-5}$$

$$= (2^2)^2 \times (2^{-4})^2 \times 3^6 \times 3^{-5}$$

$$= 2^4 \times 2^{-8} \times 3^1$$

$$= 2^{-4} \times 3$$

$$C = \frac{3}{2^{-4}}$$

$$D = \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \times \left(\frac{1}{8}\right)^5$$

$$= \frac{3^{-2}}{(2^2)^{-2}} \times \frac{1^5}{(2^3)^5}$$

$$= \frac{3^{-2}}{2^{-4}} \times \frac{1}{2^{15}}$$

$$= \frac{3^{-2}}{2^{11}}$$

$$D = \frac{1}{3^2 \times 2^{11}}$$

$$E = \frac{4^{-2} \times 8^3}{16^3}$$

$$= \frac{(2^2)^{-2} \times (2^3)^3}{(2^4)^3}$$

$$= \frac{2^{-4} \times 2^9}{2^{12}}$$

$$= \frac{2^5}{2^{12}}$$

$$= 2^{-7}$$

$$E = \frac{1}{2^7}$$

2- Simplifier en nommant la règle utilisée à chaque étape du calcul.

$$\frac{(-2)^7 (-6)^5 (-3)^{10}}{(18)^4 (-12)^3} = - \frac{2^7 \times (2 \times 3)^5 \times 3^{10}}{(2 \times 3^2)^4 (3 \times 2^2)^3}$$

$$= - \frac{2^7 \times 2^5 \times 3^5 \times 3^{10}}{2^4 \times 3^8 \times 3^3 \times 2^6}$$

$$= - \frac{2^7 \times 2^5}{2^4 \times 2^6} \times \frac{3^5 \times 3^{10}}{3^8 \times 3^3}$$

$$\frac{(-2)^7 (-6)^5 (-3)^{10}}{(18)^4 (-12)^3} = -2^2 \times 3^4$$

$$\begin{aligned}\frac{8^2 \times 5^3 \times 7^2}{5^4 \times 7^3 \times 2^8 \times 9} &= \frac{(2^3)^2 \times 5^3 \times 7^2}{5^4 \times 7^3 \times 2^8 \times 3^2} \\ &= \frac{2^6 \times 5^3 \times 7^2 \times 1}{2^8 \times 5^4 \times 7^3 \times 3^2} \\ &= 2^{-2} \times 5^{-1} \times 7^{-1} \times 3^{-2}\end{aligned}$$

$$\frac{8^2 \times 5^3 \times 7^2}{5^4 \times 7^3 \times 2^8 \times 9} = \frac{1}{2^2 \times 5 \times 7 \times 3^2}$$

$$\begin{aligned}\frac{(0,6)^2 \times 12^5 \times (5,4)^3}{9^2 \times 5^3 \times (-0,8)^3 \times (0,4)^4} &= - \frac{(2 \times 3 \times 10^{-1})^2 \times (2^2 \times 3)^5 \times (2 \times 3^3 \times 10^{-1})^3}{(3^2)^2 \times 5^3 \times (2^3 \times 10^{-1})^3 \times (2^2 \times 10^{-1})^4} \\ &= - \frac{2^2 \times 3^2 \times 10^{-2} \times 2^{10} \times 3^5 \times 2^3 \times (3^3)^3 \times (10^{-1})^3}{3^4 \times 5^3 \times (2^3)^3 \times (10^{-1})^3 \times (2^2)^4 \times (10^{-1})^4} \\ &= - \frac{2^2 \times 2^{10} \times 2^3}{2^9 \times 2^8} \times \frac{3^2 \times 3^5 \times 3^9}{3^4} \times \frac{10^{-2} \times 10^{-3}}{10^{-3} \times 10^{-4}} \times \frac{1}{5} \\ &= -2^{-2} \times 3^{12} \times 5^{-1} \times 10^2 \\ &= -2^{-2} \times 3^{12} \times 5^{-1} \times (2 \times 5)^2 \\ &= -2^{-2} \times 2^2 \times 5^{-1} \times 5^2 \times 3^{12}\end{aligned}$$

$$\frac{(0,6)^2 \times 12^5 \times (5,4)^3}{9^2 \times 5^3 \times (-0,8)^3 \times (0,4)^4} = -3^{12} \times 5$$

3- Petits calculs.

$$\begin{aligned}A &= (2^2 \times 2^{-4})^2 \times (3^3)^2 \times 3^{-5} \\ &= (2^2)^2 \times (2^{-4})^2 \times 3^6 \times 3^{-5} \\ &= 2^4 \times 2^{-8} \times 3^1 \\ &= 2^{-4} \times 3\end{aligned}$$

$$A = \frac{3}{2^4}$$

$$B = 2^3 \times 2^4 \times 2^{-5}$$

$$B = 2^2$$

=

$$E = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \times \left(\frac{3}{4}\right)^4 \times \left(\frac{27}{4}\right)^{-1}$$

$$= \frac{2^{-2}}{3^{-2}} \times \frac{3^4}{(2^2)^4} \times \frac{(3^3)^{-1}}{(2^2)^{-1}}$$

$$\frac{2^{-2}}{2^8 \times 2^{-2}} \times \frac{3^4 \times 3^{-3}}{3^{-2}}$$

$$= 2^{-8} \times 3^3$$

$$E = \frac{3^3}{2^8}$$

$$D = \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \times 5^{-2} \times \left(\frac{3}{5}\right)^3$$

$$= \frac{1}{3^2} \times 5^{-2} \times \frac{3^3}{5^3}$$

$$= \frac{3^3}{3^2} \times \frac{5^{-2}}{5^3}$$

$$= 3 \times 5^{-5}$$

$$D = \frac{3}{5^5}$$

$$C = (2^3 \times 3^2)^2$$

$$= (2^3)^2 \times (3^2)^2$$

$$C = 2^6 \times 3^4$$

4- Appliquer les règles sur les puissances sans « les nombres »

$$\begin{aligned} A &= 5a \times (-3b)^2 \times (-ab) \\ &= -5 \times a \times 9 \times b^2 \times a \times b \\ &= -45 a^2 \times b^3 \end{aligned}$$

$$\boxed{A = -45 a^2 b^3}$$

$$\begin{aligned} B &= (ab)^2 \times 2a \times (-b)^2 \\ &= a^2 \times b^2 \times 2 \times a \times b^2 \\ &= 2 \times a^3 \times b^4 \end{aligned}$$

$$\boxed{B = 2a^3 b^4}$$

$$\begin{aligned} C &= \frac{(a^2b)^{-3} \times c^2}{ab^{-3}} \\ &= \frac{a^{-6} \times b^{-3} \times c^2}{a \times b^{-3}} \\ &= a^{-7} \times b^0 \times c^2 \end{aligned}$$

$$\boxed{C = a^{-7} c^2}$$

$$\begin{aligned} D &= \frac{(-a)^2 \times 2b}{2b^{-1}} \\ &= \frac{a^2 \times 2 \times b}{2 \times b^{-1}} \\ &= a^2 \times b^2 \end{aligned}$$

$$\boxed{D = a^2 b^2}$$

5- Les puissances de dix.

Effectuer chacun des calculs suivants. Indiquer la forme décimale, l'écriture scientifique du résultat et son ordre de grandeur sous forme d'une puissance de dix.

$$x = \frac{(1,5 \times 10^{-8})(5,4 \times 10^5)}{0,2 \times 10^{-7}}$$

$$x = \frac{3 \times 5 \times 10^{-1} \times 10^{-8} \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 10^{-1} \times 10^5}{2 \times 10^{-1} \times 10^{-7}}$$

$$x = 3^4 \times 5 \times 10^3$$

$$x = 3^4 \times 5 \times (2 \times 5)^3$$

$$x = 3^4 \times 5 \times 2^3 \times 5^3$$

$$\boxed{x = 3^4 \times 2^3 \times 5^4}$$

$$y = \frac{(5 \times 10^{-3})^2}{(-0,8 \times 10^2)^{-3}}$$

$$y = - \frac{5^2 \times (10^{-3})^2}{(2^3 \times 10^{-1} \times 10^2)^{-3}}$$

$$y = - \frac{5^2 \times 10^{-6}}{2^{-9} \times 10^3 \times 10^{-6}}$$

$$y = - \frac{5^2}{2^{-9}} \times 10^{-3}$$

$$y = - \frac{5^2}{2^{-9}} \times (2 \times 5)^{-3}$$

$$y = - \frac{5^2}{2^{-9}} \times 2^{-3} \times 5^{-3}$$

$$y = - 5^{-1} \times 2^6$$

$$\boxed{y = - \frac{2^6}{5}}$$

$$z = \frac{(15 \times 10^{-4})(4,5 \times 10^6)}{6,4 \times 10^{-2}}$$

$$z = \frac{3 \times 5 \times 10^{-4} \times 3^2 \times 5 \times 10^{-1} \times 10^6}{(2^3)^2 \times 10^{-1} \times 10^{-2}}$$

$$z = 3^3 \times 5^2 \times 2^{-6} \times 10^4$$

$$z = 3^3 \times 5^2 \times 2^{-6} \times (2 \times 5)^4$$

$$z = 3^3 \times 5^2 \times 2^{-6} \times 2^4 \times 5^4$$

$$\boxed{z = 3^3 \times 5^6 \times 2^{-2}}$$

6-Exercices du livre.

2 page 19 : Ecrire en notation scientifique les nombres suivants.

$$27,5 = 2,75 \times 10^1$$

$$2450 = 2,45 \times 10^3$$

$$105,8 = 1,058 \times 10^2$$

$$0,025 = 2,5 \times 10^{-2}$$

$$25 \times 10^{-2} = 2,5 \times 10 \times 10^{-2} = 2,5 \times 10^{-1}$$

$$15 \times 10^3 = 1,5 \times 10^1 \times 10^3 = 1,5 \times 10^4$$

$$0,75 \times 10^{-1} = 7,5 \times 10^{-1} \times 10^{-1} = 7,5 \times 10^{-2}$$

$$112,5 \times 10^2 = 1,125 \times 10^2 \times 10^2 = 1,125 \times 10^4$$

3 page 19 :

$$\frac{2^2 \times 3^3}{2^3 \times 5} = 2^{-1} \times 3^3 \times 5^{-1}$$

$$= \frac{3^3}{10}$$

$$= \frac{27}{10}$$

$$\frac{2^3 \times (-3)^4}{2 \times 3^3} = \frac{2^3 \times 3^4}{2 \times 3^3}$$

$$= 2^2 \times 3$$

$$= 12$$

$$\frac{2^3 \times 3^2 \times 5^1}{2^4 \times 5^2} = 2^{-1} \times 3^2 \times 5^{-1}$$

$$= \frac{3^2}{10}$$

$$= \frac{9}{10}$$

9 page 19 : Le nombre A s'écrit $A = 2^{24} \times 3^{18} \times 5^{42}$. Montrer que A est :

1) le carré d'un nombre entier : $A = 2^{2 \times 12} \times 3^{2 \times 9} \times 5^{2 \times 21} = (2^{12} \times 3^9 \times 5^{21})^2$. A est le carré de $2^{12} \times 3^9 \times 5^{21}$

2) le cube d'un nombre entier : $A = 2^{3 \times 8} \times 3^{3 \times 6} \times 5^{3 \times 14} = (2^8 \times 3^6 \times 5^{14})^3$. A est le cube de $2^8 \times 3^6 \times 5^{14}$