

I- Les ensembles de nombres

1-Ensemble des entiers naturels.

Les nombres **naturels** sont

L'ensemble des nombres naturels est noté Il est défini par :

$$\dots = \{ \dots \}$$

Remarque: Pour traduire le fait qu'un élément appartienne à un ensemble, on utilise le symbole d'appartenance « \hat{I} » ou de non-appartenance « \hat{I} ». Ex : $2 \hat{I} \mathbb{E}$.

Ex : $2 \dots \mathbb{N}$; $\frac{2}{3} \dots \mathbb{N}$

2-Ensemble des entiers relatifs.

a- Définition.

Les nombres **entiers relatifs** (ou simplement nombres entiers) sont :

L'ensemble des nombres entiers est noté

$$\dots = \{ \dots \}$$

b- Remarque.

Tout nombre entier naturel est aussi un nombre entier relatif.

On dit que ... est inclus dans On le note :

$$\dots \subset \dots$$

Remarque: Le symbole se lit «est contenu» ou encore «est inclus».

3-Ensemble des nombres rationnels.

a- Définition.

Les nombres **rationnels** sont

L'ensemble des nombres rationnels est noté

Ex : $\frac{2}{5} \dots \mathbb{Q}$; $\frac{2}{3} \dots \mathbb{Q}$; $-2 \dots \mathbb{Q}$; $-\frac{1}{3} \dots \mathbb{Q}$

b- Remarque.

Tout nombre entier est aussi un nombre rationnel.

On dit que ... est inclus dans On le note :

$$\dots \subset \dots$$

c- Cas particulier.

Les nombres décimaux sont des nombres rationnels pouvant s'écrire sous la forme

L'ensemble des nombres décimaux est noté

On dit que est inclus dans

$$\dots \subset \dots$$

On le note :

Ex $0,034 \dots \mathbb{D}$ car $0,034 = \dots$
 $\frac{1}{3} \dots \mathbb{D}$ car $\frac{1}{3} = \dots$

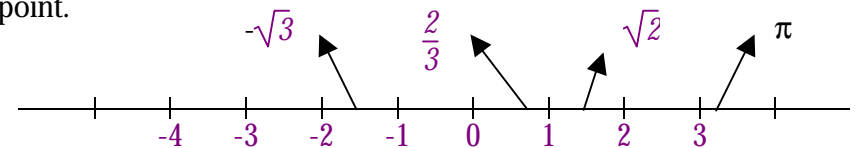
4-Ensemble des nombres irrationnels.

Les nombres **irrationnels** sont les nombres qui ne peuvent pas s'écrire sous forme de fractions.

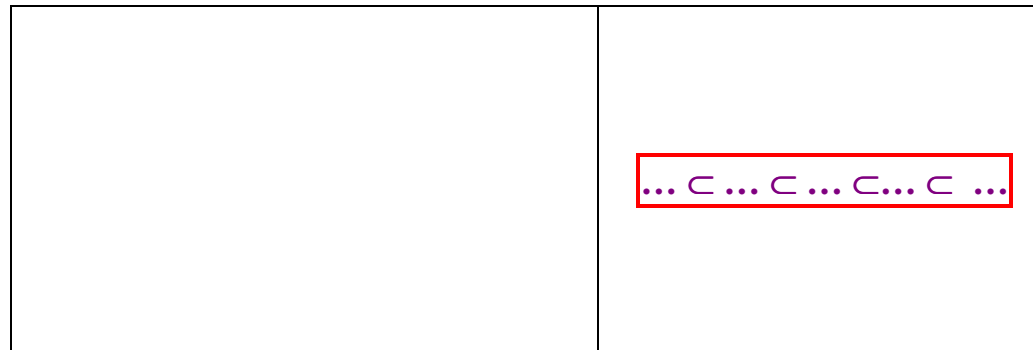
5-ensemble des nombres réels.

L'ensemble de tous les nombres rationnels et irrationnels est l'ensemble des nombres réels. **L'ensemble des nombres réels** est noté

Chaque nombre réel est associé à un point d'une droite graduée : c'est l'..... de ce point.



6-Conclusion.



7-Application.

TDn°1

II- Nombres et calculatrices

1-Valeurs exactes, valeurs décimales approchées, arrondis.

Pour des réels non décimaux (tels que $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{7}$, $\sqrt{2}$...), il est faux d'écrire les égalités telles que

~~$\frac{1}{3} = 0,33$~~ ou ~~$\pi = 3,14$~~ .

Quelques écritures autorisées.

écriture	signification
$\pi = 3,14..$	3,14 est la valeur approchée de π à deux décimales par défaut (ou troncature à deux décimales)
$\pi \hat{=} 3,14$ à 0,01 près (ou $\pi \hat{=} 3,15$)	3,14 (ou 3,15) est une valeur approchée de π à 0,01 près,

2- Représentation sur la calculatrice.

Les calculatrices ne connaissent que des nombres décimaux (ceux dont l'écriture ne dépassent pas l'affichage permis). Elles affichent donc l'arrondi décimal d'un résultat :

- Avec toutes les décimales permises en mode normal
(**Norm** **n** chez Casio et **Normal** chez Texas).
- Avec un nombre fixé de décimales en « mode n décimales »
(**Fix** chez Casio et **Float** **n** chez Texas).

RAPPEL !

Troncature
On supprime les décimales qui suivent.

Arrondi
On conserve la décimale si la suivante est 0,1,2,3,4, ; on ajoute 1 à la décimale si la suivante est 5,6,7,8, ou 9.

Tapez la séquence correspondant à votre machine

Valeur exacte		$\sqrt{2} + \sqrt{5}$
séquence machine	
en mode "4 décimales"	affichage
	interprétation $\leq \sqrt{2} + \sqrt{5} \leq$
en mode normal	affichage
	interprétation $\leq \sqrt{2} + \sqrt{5} \leq$

III- Règles de calculs dans

1-Priorité opératoire.

a- Règles.

1. les parenthèses indiquent une priorité opératoire.
2. multiplier (×) et diviser (÷) sont prioritaires par rapport au plus (+) et au moins (-).

Ex:

- $\frac{2}{3} \times 4 - 2 = \frac{2}{3}$
- $3,2 - 2 \times 0,4 = 2,4$

3. l'addition et la soustraction peuvent se faire dans n'importe quel ordre, de même pour la multiplication et la division.

Ex:

- $3,3 - 0,7 + 5 = 7,6$
- $15 \div 3 \times 2 = 10$
- $12 \times 6 \div 3 = 24$

b- Applications.

Placer des parenthèses aux bons endroits pour que les égalités suivantes soient vraies :

a) $1 - 2 + 3 - 4 = 0$

Réponse:

b) $1 - 2 - 3 - 4 = 0$

Réponse:

c) $- 24 - 27 - 30 - 33 = 0$

Réponse:

d) $1 - 3 + 5 - 7 + 9 - 11 + 13 - 15 = 0$

Réponse:

2-Règles de calculs avec des produits.

signes -	$a \times (-b) = \dots = \dots$ $(-a) \times (-b) = \dots$
produit nul	Dire qu'un produit est nul signifie
simplification	Si $ac = bc$ (et $c \neq 0$)
produits remarquables	$(a + b)^2 = \dots$ $(a - b)^2 = \dots$ $(a + b)(a - b) = \dots$

3-Règles de calculs avec des quotients.

signes -	$\frac{a}{b} = \dots = \dots \frac{a}{b}$ et $\frac{-a}{-b} = \dots$
simplification	$\frac{ka}{kb} = \dots$ (si $k \neq 0$)
égalité	$\frac{a}{b} = \dots$ se traduit par $\dots = \dots$ ($b \neq 0 ; d \neq 0$)
Addition	$\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \dots$ $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \dots$ (si $b \neq 0$ et $d \neq 0$)
Multiplication	$k \times \frac{a}{b} = \dots$ et $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \dots$
division	$\frac{1}{\frac{a}{b}} = \dots$ et $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \dots$

4-Règles de calculs avec des quotients.

- Applications 3, 4, 5 page 12 (livre) ; 7 page 14
- TDn°3

V- Racines carrées

1-mise en situation.

Fiche 16.1 page 83

2-La notation \sqrt{a} ($a \geq 0$).

Si le **nombre positif** x est tel que :

$$x^2 = a \quad (a \geq 0)$$

alors x est la racine carrée de a.

On écrit : $x = \sqrt{a}$

Donc $\sqrt{a} \geq 0$

Conséquences :

$$(\sqrt{a})^2 = \dots\dots\dots$$

$$\sqrt{a^2} = \dots\dots\dots$$

Exemples:

$$(\sqrt{7})^2 = 7$$

$$\sqrt{(-0;9)^2} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

Fiche 16.3 page 84

2- règles de calculs.

a-activité.

Fiche 16.2 page 84

b-Propriétés.

- Multiplication de 2 racines carrées : $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \dots\dots\dots$
- Division de 2 racines carrées : $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
- Racine carrée d'une puissance $\sqrt{a^n} = \dots\dots\dots$
(n entier et n ≥ 1)

3- Pièges à éviter.

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$$
$$\sqrt{a} - \sqrt{b} \neq \sqrt{a-b}$$

3-Applications.

TDn°4

VI- Les nombres premiers.

1- Diviseur d'un entier.

Soient a et b deux entiers naturels.

On dit que **b** est un diviseur de **a** (ou que a est un multiple de b) s'il existe un entier naturel k tel que

$$a = k.b$$

Ex : Les diviseurs de 80 sont :

.....

Rq : Tout entier a admet des diviseurs, parmi lesquels les entiers 1 et a.

Application : TD arithmétique « Comprendre le cours »

2- Nombres premiers.

a- Définition.

(Pour reconnaître un nombre premier : 1p14)

On dit qu'un entier naturel p est premier s'il possède exactement deux diviseurs :

.....

Rq:

- 0 est divisible par tous les entiers.
- 1 n'a qu'un diviseur.
- 2 est le plus petit nombre premier, et

b- Théorème.

Soit n un entier ($n \geq 2$). Alors :

- n admet un diviseur premier ;
- si n n'admet aucun diviseur premier p tel que $p^2 \leq n$, alors n est lui-même premier.

Ex : 143 est-il premier ?

.....
.....

3- Décomposition en facteurs premiers.

(Pour décomposer un nombre entier en un produit de facteurs premiers : 2p15)

Théorème fondamental de l'arithmétique :

.....
.....

Ex : Décomposer 140 en un produit de facteurs premiers.

1^{ère} méthode : 140 =

puis : 14 = et 10 =

d'où 140 =

Cette méthode s'utilise si le résultat est évident.

2^{ème} méthode : On détermine le plus petit diviseur premier de 140 (c'est 2), puis on recommence avec le quotient.

Disposition pratique : 140 =
=

Rq : Vous avez déjà utilisé cette décomposition dans le passé, lors de la simplification de fraction :

Simplifier : $A = -3 \times \frac{70}{9} \times \frac{2}{35}$

- On décompose les entiers en facteurs premiers :

$$A = -3 \times \frac{7 \times 5 \times 2}{3 \times 3} \times \frac{2}{5 \times 7}$$

- On applique les règles sur les quotients pour simplifier :

$$A = -\frac{3 \times 7 \times 5 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 5 \times 7}$$

$$A = -\frac{2 \times 2}{3}$$

$$A = -\frac{4}{3}$$

4- Applications.

a- Recherche du PGCD de deux entiers.

Le PGCD (plus grand commun diviseur) de deux entiers a et b est

.....

Ex : Déterminer le PGCD de 84 et 630.

On décompose ces nombres :

Donc PGCD (84, 630) = =

$$84 = \dots\dots\dots$$

$$630 = \dots\dots\dots$$

b- Simplification des fractions.

Une fraction se met sous forme irréductible en simplifiant le numérateur et le dénominateur par le PGCD.

Ex : $\frac{84}{630} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

c- TD n°5 : arithmétique « Appliquer et savoir-faire »

Problème d'arithmétique
Le crible d'Eratosthène.

Dresser la liste des nombres premiers compris entre 2 et 100

La méthode du crible consiste à :

- Dresser la liste des entiers compris entre 2 et 100 ;
- Eliminer tous les multiples de 2, sauf 2, puisque tous ces nombres sont divisibles par 2, donc pas premiers ; le premier entier non supprimé est 3, qui est premier. ;
- Eliminer tous les multiples de 3, à partir de $3^2 = 9$ (car $3 \times 2 = 6$ a déjà été supprimé) ; le premier entier restant est 5, qui est premier ;
- Eliminer les multiples de 5 restants, à partir de $5^2 = 25$ (car 5×2 , 5×3 et 5×4 ont été supprimés) ; le plus petit entier restant est 7, qui est premier ;
- Eliminer les multiples de 7 restants, à partir de $7^2 = 49$ (même raisonnement).

Comme $11^2 > 100$, tous les nombres restants sont premiers.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

I

Les ensembles de nombres (p8)

- 1-Ensemble des entiers naturels.
- 2-Ensemble des entiers relatifs.
 - a- Définition.
 - b- Remarque.
- 3-Ensemble des nombres rationnels.
 - a- Définition.
 - b- Remarque.
 - c- Cas particulier.
- 4-Ensemble des nombres irrationnels.
- 5-ensemble des nombres réels.
- 6-Conclusion.
- 7-Applications.

TDn°1

II

Nombres et calculatrices

- 1-Valeurs exactes, valeurs décimales approchées, arrondis.
- 2-Représentation sur la calculatrice.
- 3- Travaux dirigés.

III

Règle de calculs dans \mathbf{R}

- 1-Priorité opératoire.
 - a- Règles.
 - b- Applications.
- 2-Règles de calculs avec des produits.
- 3-Règles de calculs avec des quotients.
- 4-Règles de calculs avec des quotients.

TDn°2

IV

Puissances

- 1-La notation a^n .
- 2-Règles de calcul.
- 3-notation scientifique d'un décimal.
- 4-écriture scientifique et calculatrice.

TDn°3

V

Racines carrées

- 1-La notation \sqrt{a} ($a \geq 0$).
- 2- règles de calculs.
- 3- Pièges à éviter.

TDn°4

VI

Les nombres premiers

- 1-Diviseur d'un entier.
- 2- Nombres premiers.
 - a- Définition.
 - b- Théorème.
- 3- Décomposition en facteurs premiers.
- 4-Applications.
 - a- Recherche du PGCD de deux entiers.
 - b- Simplification des fractions.
 - c- TD arithmétique « Appliquer et savoir-faire »

Problème d'arithmétique

Le crible d'Eratosthène.

