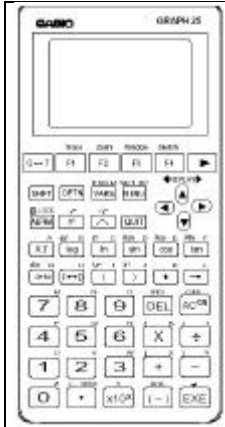


Devoir libre n° 2



Le chapitre sur « le calcul numérique » est terminé. Pour vous assurer que toutes les compétences ont été acquises, vous réaliserez ce devoir sur **copies doubles, sans copier**, en **respectant les consignes de présentation** énumérées en cours. Chaque compétence à évaluer est accompagnée d'une indication où aller chercher les informations nécessaires si vous n'arrivez pas à faire l'exercice.

🌟 **Rappel**

La calculatrice n'est pas là pour faire l'exercice à votre place mais pour vérifier votre résultat !

Vous devez connaître par cœur les tables d'additions, de soustractions et de multiplications !!!!!!!

Compétence n° 1 : faire des calculs avec des fractions.

Pour se rappeler :

	Cours	III-règles de calculs dans \mathbb{R}
	Cahier d'exercices	TD pour mieux comprendre les fractions
	Livre	8,9, 12, 13 et 14 page 12

A faire :

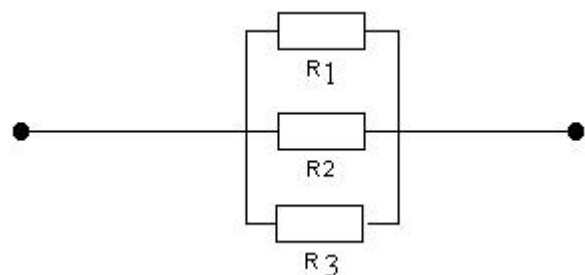
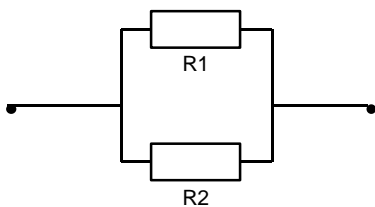
Exercice 1.1 : Effectuer les calculs suivants.

$$\frac{3}{5} \times \frac{25}{12} \times \frac{4}{5} \quad ; \quad \left(1 + \frac{1}{3}\right) \div 2 \quad ; \quad \frac{1}{2} - \frac{1 - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}} \quad ; \quad \frac{3 - \frac{2}{7}}{3 + \frac{2}{7}} - 1$$

Exercice 1.2 : Calculer.

$$C = \frac{3}{7} + \frac{1}{4} - 2 \quad ; \quad D = \left(1 - \frac{4}{3}\right) - \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{3}\right) \quad ; \quad E = 2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 \times 4 \quad ; \quad F = \left(1 - \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{2}$$

Exercice 1.3 : Dans un circuit électrique, des résistances sont branchées en parallèles.



Les résistances équivalentes sont données par :

$$\frac{1}{R_A} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$





Calculer **R_A** et **R_B** pour :

$$\frac{1}{R_B} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$R_1 = 60\Omega$; $R_2 = 80\Omega$; $R_3 = 20\Omega$; $R_4 = 50\Omega$; $R_5 = 100\Omega$

Compétence n° 2 : faire des calculs avec des puissances.

Pour se rappeler :

	Cours	IV-Les puissances.
	Cahier d'exercices	TD n°3
	Livre	15 page 14
	Cahier élève	Fiche 15 page 82

A faire :

Exercice 2.1 : Effectuer les calculs suivants.

$$A = \frac{0,02 \times 10^5}{0,8 \times 100^2}$$

$$B = \frac{3 \times 10^{-2} + 5 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-1}}$$

Exercice 2.2 : Calculer.

$$\frac{2^2 \times 3^3}{2^3 \times 5}$$

$$\frac{2^3 \times (-3)^4}{2 \times 3^3}$$

$$\frac{2^3 \times 3^2 \times 5^1}{2^4 \times 5^2}$$

Exercice 2.3 : Un nombre s'écrit :

$$A = 2^{24} \times 3^{18} \times 5^{42}$$

Montrer que A est :

- Le carré d'un nombre entier.
- Le cube d'un nombre entier.

Exercice 2.4 :




$$\frac{3x^5}{2x^2}$$

$$\frac{a(b^2c^3)^2}{a^3b^3c^4}$$

$$\frac{(x^{-2}y^3)^2}{xy^{-2}}$$

Compétence n° 3 : Écriture scientifique

Pour se rappeler :

	Cours	IV-Les puissances.
	Livre	Problème corrigé PB1 page 18
	Cahier élève	Fiche 15_1.3 page 81

A faire :

Exercice 3.1 : Écrire les nombres suivants en notation scientifique.

- 147 000
- 68,41
- 0,000012
- $5470 = 5,47 \cdot 10^3$
- 0,00000004897
- 200

Exercice 3.2 : Calculer en utilisant les propriétés des puissances.





$$\frac{3^2 \times 5^2 \times 3^3 \times 2}{5 \times 3}$$

$$25^2 \times 5^4$$

$$\frac{(5^2 \times 7^3)^2}{(5 \times 7)^4}$$

Compétence n° 4 : faire des calculs avec des racines carrées.

Pour se rappeler :

	Cours	V-Les racines carrées
	Cahier d'exercices	TD n°4
	Livre	16, 17 page 15
	Cahier élève	Fiche 16 page 83,84

A faire :

Exercice 4.1 : Ecrire sous forme $a\sqrt{2}$ les nombres :

$$A = \sqrt{32} + \sqrt{8} - \sqrt{50}$$

$$B = 3\sqrt{18} - 2\sqrt{8} + 4\sqrt{2}$$

Exercice 4.2 : Soit l'expression $f(x) = \sqrt{x^2 - 10}$. Pour quelles valeurs de x, parmi les suivantes, f(x) n'a-t-elle pas de valeur numérique possible :

$$x = 5 \quad ; \quad x = -10 \quad ; \quad x = 0 \quad ; \quad x = 2$$

Exercice 4.3 : Simplifier pour que le nombre sous le radical soit le plus petit possible.

a) $\sqrt{720}$

b) $\sqrt{45}$

c) $\sqrt{96}$

Exercice 4.4 : Mettre sous la forme $a\sqrt{b}$ ($b > 0$) :

$$5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + \sqrt{2} + 15\sqrt{2}$$

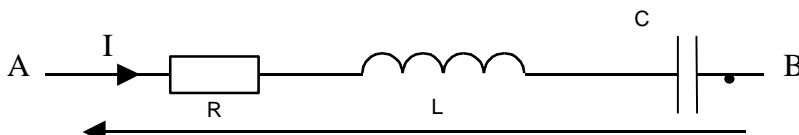
$$2\sqrt{90} - \sqrt{40} - 3\sqrt{10}$$

Synthèse

La portion de circuit représenté ci-dessous comprend une résistance R, une bobine d'inductance L, un condensateur de capacité C. Entre la tension efficace U aux bornes du dipôle AB et l'intensité I du courant électrique qui le traverse, il existe une relation :

$$\frac{U}{I} = Z$$

avec $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$ où $\omega = 100 \pi \text{ rad.s}^{-1}$ pour une fréquence EDF de 50 Hz. Z et R sont en Ohms, L en henrys et C en Farads.



Dans un circuit RLC série, on a :

$$R = 10 \Omega \quad ; \quad L = 1 \text{ H} \quad ; \quad C = 10^{-5} \text{ F}$$

a- Calculer $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$ avec $\omega = 314 \text{ rad.s}^{-1}$

b- Arrondir Z à $10^2 \Omega$.



Au boulot!

CORRIGE

Compétence n° 1 : faire des calculs avec des fractions.

Exercice 1.1 : Effectuer les calculs suivants.

$$\frac{3}{5} \times \frac{25}{12} \times \frac{4}{5} = \frac{3 \times 5 \times 5 \times 2 \times 2}{5 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5}$$

$$\frac{3}{5} \times \frac{25}{12} \times \frac{4}{5} = 1$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} - \frac{1 - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}} &= \frac{1}{2} - \frac{\frac{3}{3} - \frac{1}{3}}{\frac{3}{3} + \frac{1}{3}} \\ &= \frac{1}{2} - \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{3}} \\ &= \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1 - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}} = 0$$

Exercice 1.2 :

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &= \frac{3}{7} + \frac{1}{4} - 2 \\ &= \frac{12}{28} + \frac{7}{28} - \frac{56}{28} \end{aligned}$$

$$\mathbf{C} = -\frac{37}{28}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= 2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 \times 4 \\ &= 2 - \frac{25}{4} \times 4 \\ &= 2 - 25 \end{aligned}$$

$$\mathbf{E} = -23$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \left(1 - \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{2} \\ &= \left(\frac{3}{3} - \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{2} \\ &= \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \frac{1}{2} \\ &= \frac{4}{9} - \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\left(1 + \frac{1}{3}\right) \div 2 = \frac{\frac{3}{3} + \frac{1}{3}}{2}$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{1}{2}$$

$$\left(1 + \frac{1}{3}\right) \div 2 = \frac{2}{3}$$

$$\begin{aligned} 3 - \frac{2}{7} - 1 &= \frac{21}{7} - \frac{2}{7} - 1 \\ 3 + \frac{2}{7} - 1 &= \frac{21}{7} + \frac{2}{7} - 1 \\ &= \frac{19}{7} - 1 \\ &= \frac{23}{7} - 1 \\ &= \frac{19}{7} \times \frac{7}{23} - 1 \\ &= \frac{19}{23} - \frac{23}{23} \end{aligned}$$

$$3 - \frac{2}{7} - 1 = -\frac{4}{23}$$

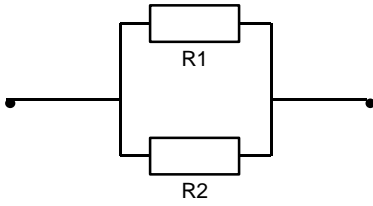
$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \left(1 - \frac{4}{3}\right) - \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{3}\right) \\ &= \left(\frac{3}{3} - \frac{4}{3}\right) - \left(\frac{15}{6} - \frac{2}{6}\right) \\ &= \left(-\frac{1}{3}\right) - \left(\frac{13}{6}\right) \\ &= -\frac{2}{6} - \frac{13}{6} \\ &= -\frac{15}{6} \end{aligned}$$

$$\mathbf{D} = -\frac{5}{2}$$

$$\mathbf{F} = \frac{8}{18} - \frac{9}{18}$$

$$\mathbf{F} = -\frac{1}{18}$$

Exercice 1.3



$$\frac{1}{R_A} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

doù

$$\frac{1}{R_A} = \frac{R_2}{R_1 \times R_2} + \frac{R_1}{R_2 \times R_1}$$

$$\frac{1}{R_A} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \times R_2}$$

soit

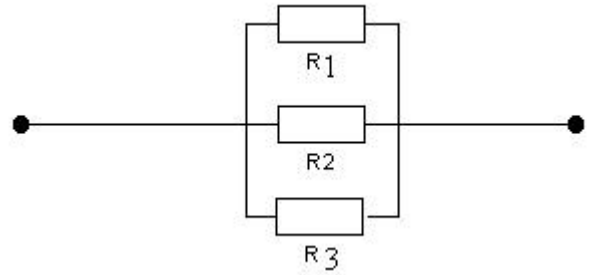
$$R_A = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

AN :

$$R_A = \frac{60 \times 80}{60 + 80}$$

$$R_A = \frac{4800}{140}$$

$$R_A = 34,5 \Omega$$



$$\frac{1}{R_B} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

doù

$$\frac{1}{R_B} = \frac{R_2 \times R_3}{R_1 \times R_2 \times R_3} + \frac{R_1 \times R_3}{R_1 \times R_2 \times R_3} + \frac{R_1 \times R_2}{R_1 \times R_2 \times R_3}$$

$$\frac{1}{R_B} = \frac{R_1 \times R_2 + R_1 \times R_3 + R_2 \times R_3}{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}$$

soit

$$R_B = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}$$

AN :

$$R_B = \frac{20 \times 50 \times 100}{20 \times 50 + 20 \times 100 + 50 \times 100}$$

$$R_B = \frac{100\ 000}{1000 + 2000 + 5000}$$

$$R_B = \frac{100\ 000}{8\ 000}$$

$$R_B \approx 12,5 \Omega$$

Compétence n° 2 : faire des calculs avec des puissances.

Exercice 2.1

$$\begin{aligned} A &= \frac{0,02 \times 10^5}{0,8 \times 100^2} \\ &= \frac{2 \times 10^{-2} \times 10^5}{2^3 \times 10^{-1} \times (10^2)^2} \\ &= 2^{-2} \times \frac{10^3}{10^{-1} \times 10^4} \\ &= 2^{-2} \times 1 \end{aligned}$$

$$A = \frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{3 \times 10^{-2} + 5 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-1}} \\ &= \frac{3 \times 10^{-2} + 0,5 \times 10^{-2}}{2 \times 10^{-1}} \\ &= \frac{3,5 \times 10^{-2}}{2 \times 10^{-1}} \\ &= \frac{35 \times 10^{-1} \times 10^{-1}}{2} \\ &= \frac{35}{2} \times 10^{-2} \end{aligned}$$

$$B = 0,175$$

Exercice 2.2

$$\frac{2^2 \times 3^3}{2^3 \times 5} = \frac{3^3}{2 \times 5}$$

$$\frac{2^2 \times 3^3}{2^3 \times 5} = \frac{27}{10}$$

$$\frac{2^3 \times (-3)^4}{2 \times 3^3} = \frac{2^2 \times 3^4}{3^3}$$

$$= 2^2 \times 3$$

$$\frac{2^3 \times (-3)^4}{2 \times 3^3} = 12$$

$$\frac{2^3 \times 3^2 \times 5^1}{2^4 \times 5^2} = \frac{2^3}{2^4} \times 3^2 \times \frac{5^1}{5^2}$$

$$= 2^{-1} \times 3^2 \times 5^{-1}$$

$$\frac{2^3 \times 3^2 \times 5^1}{2^4 \times 5^2} = \frac{9}{10}$$

Exercice 2.3 :

$$A = 2^{24} \times 3^{18} \times 5^{42}$$

a) Si A est le carré d'un entier et si on appelle x cet entier alors $A = x^2$

Or $A = 2^{24} \times 3^{18} \times 5^{42}$
 $A = (2^{12})^2 \times (3^9)^2 \times (5^{21})^2$
 $A = (2^{12} \times 3^9 \times 5^{21})^2$

A est le carré de $2^{12} \times 3^9 \times 5^{21}$.

b) Si a est le cube d'un entier et si y est cet entier alors $A = y^3$.

Or $A = 2^{24} \times 3^{18} \times 5^{42}$
 $A = (2^8)^3 \times (3^6)^3 \times (5^{14})^3$
 $A = (2^8 \times 3^6 \times 5^{14})^3$

A est le cube de $2^8 \times 3^6 \times 5^{14}$.

Exercice 2.4 :

$$\frac{3x^5}{2x^2} = \frac{3}{2} \times \frac{x^5}{x^2}$$

$$\frac{3x^5}{2x^2} = \frac{3}{2} x^3$$

$$\frac{a(b^2c^3)^2}{a^3b^3c^4} = \frac{a \times b^4 \times c^6}{a^3 \times b^3 \times c^4}$$

$$= a^{-2} \times b^1 \times c^2$$

$$\frac{a(b^2c^3)^2}{a^3b^3c^4} = \frac{bc^2}{a^2}$$

$$\frac{(x^{-2}y^3)^2}{xy^{-2}} = \frac{x^{-4} \times y^6}{x \times y^{-2}}$$

$$= \frac{x^{-4}}{x} \times \frac{y^6}{y^{-2}}$$

$$\frac{(x^{-2}y^3)^2}{xy^{-2}} = \frac{y^4}{x^5}$$

Compétence n° 3 : Écriture scientifique

Exercice 3.1 :

- a- 147 000 = 1,47.10⁵
 b- 68,41 = 6,841.10¹
 c- 0,000012 = 1,2 × 10⁻⁵
 d- 5470 = 5,47.10³
 e- 0,00000004897 = 4,897.10⁻⁸
 f- 200 = 2.10²

Exercice 3.2 :

$$\frac{3^2 \times 5^2 \times 3^3 \times 2}{5 \times 3} = \frac{3^2 \times 3^3}{3} \times \frac{2}{5}$$

$$\frac{3^2 \times 5^2 \times 3^3 \times 2}{5 \times 3} = 3^4 \times 2 \times 5$$

$$25^2 \times 5^4 = (5^2)^2 \times 5^4$$

$$= 5^4 \times 5^4$$

$$25^2 \times 5^4 = 1$$

$$\frac{(5^2 \times 7^3)^2}{(5 \times 7)^4} = \frac{5^4 \times 7^6}{5^4 \times 7^4}$$

$$= 5^0 \times 7^2$$

$$\frac{(5^2 \times 7^3)^2}{(5 \times 7)^4} = 7^2$$

Compétence n° 4 : faire des calculs avec des racines carrées.

Exercice 4.1 :

$$A = \sqrt{32} + \sqrt{8} - \sqrt{50}$$

$$= \sqrt{16 \times 2} + \sqrt{4 \times 2} - \sqrt{25 \times 2}$$

$$= 4\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$$

$$A = \sqrt{2}$$

$$B = 3\sqrt{18} - 2\sqrt{8} + 4\sqrt{2}$$

$$= 3\sqrt{9 \times 2} - 2\sqrt{4 \times 2} + 4\sqrt{2}$$

$$= 3 \times 3\sqrt{2} - 2 \times 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$$

$$= 9\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$$

$$B = 9\sqrt{2}$$

Exercice 4.2 :

Rappel : Une racine carrée ne peut être calculée que si le nombre placé sous le radical est positif !

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 10}$$

$$f(5) =$$

$$f(5) = \sqrt{(5)^2 - 10}$$

$$= \sqrt{25 - 10}$$

$$f(-10) = \sqrt{(-10)^2 - 10}$$

$$= \sqrt{100 - 10}$$

$$f(5) = \sqrt{15}$$

$$= \sqrt{90}$$

$$= \sqrt{9 \times 10}$$

$$f(0) = \sqrt{(0)^2 - 10}$$

$$= \sqrt{-10}$$

$$f(-10) = 3\sqrt{10}$$

IMPOSSIBLE!

$$f(2) = \sqrt{(2)^2 - 10}$$

$$= \sqrt{4 - 10}$$

$$= \sqrt{-6}$$

IMPOSSIBLE !

f(x) n'a pas de valeur numérique possible pour x valant 0 et 2.

Exercice 4.3 :

a- $\sqrt{720} = \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 3^2 \times 5}$

$$\sqrt{720} = 12\sqrt{5}$$

b- $\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5}$

$$\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

c- $\sqrt{96} = \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 6}$

$$\sqrt{96} = 4\sqrt{6}$$

720	2	96	2
360	2	48	2
180	2	24	2
90	2	12	2
45	5	6	2
9	3	3	3
3	3	1	
1			

Exercice 4.4 :

$$5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + \sqrt{2} + 15\sqrt{2} = \underline{18\sqrt{2}}$$

$$2\sqrt{90} - \sqrt{40} - 3\sqrt{10} = 2\sqrt{9 \times 10} - \sqrt{4 \times 10} - 3\sqrt{10}$$

$$= 2 \times 3\sqrt{10} - 2\sqrt{10} - 3\sqrt{10}$$

$$= 6\sqrt{10} - 2\sqrt{10} - 3\sqrt{10}$$

$$2\sqrt{90} - \sqrt{40} - 3\sqrt{10} = \underline{\sqrt{10}}$$

Synthèse.

a et b)

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

soit

$$Z = \sqrt{10^2 + \left(1 \times 314 - \frac{1}{10^{-5} \times 314}\right)^2}$$

$$Z \approx 10,95 \Omega$$