Les Fonctions Linéaires

A Rappels sur la proportionnalité

Soit le tableau suivant qui traduit la consommation d'essence d'une voiture en fonction de la distance parcourue:

Distance parcourue(D)	***50***	***100***	***150***	***200***
***Consommation en L* (C)**	***5***	***10***	***15***	***20***
Rapport (C/D)	***0,1***	***0,1***	***0,1***	***0,1***

On remarque que le **rapport C/D est constant** et que l'on peut déterminer la consommation si on connait la distance parcourue et le Rapport

Consommation = Distance parcourue x Rapport

Et on peut alors calculer cette consommation pour des valeurs que le tableau ne nous donne pas

On dit que la consommation est proportionnelle à la distance (et inversement) car le rapport qui les lie est un nombre constant – le rapport C/D -

B La Fonction Linéaire

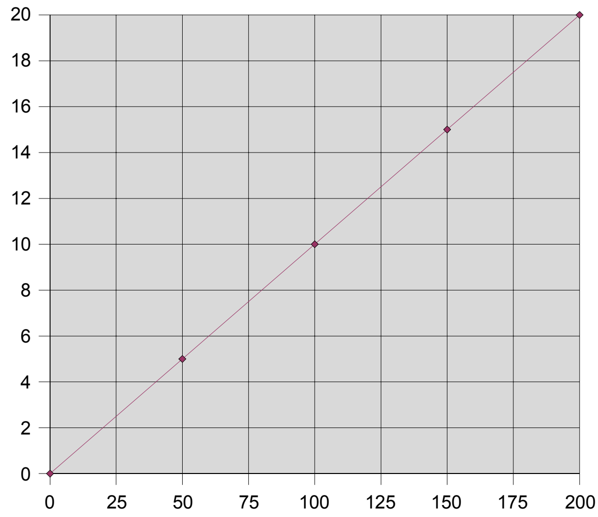
I Introduction

Chaque colonne du tableau

Distance parcourue(D)	***50***	***100***	***150***	***200***
***Consommation en L* (C)**	***5***	***10***	***15***	***20***

Détermine un couple de nombres(D,C) que l'on peut écrire ainsi:

Distance parcourue(D)	***0***	***50***	***100***	***150***	***200***
***Consommation en L* (C)**	**0**	***5***	***10***	***15***	***20***
Couple D,C	***0***	***50,5***	***100,12***	***150,15***	***200,2***



Ces couples peuvent situer des points dans un plan comme nous l'avons vu lors du cours sur le repérage dans un plan où nous avons défini **la position** du point **M** (x,y)par **son abscisse x** et **son ordonnée y** .

On avait alors vu que **le couple (x,y)** constituait **les coordonnés de M** dans le plan

On va donc voir ici ce que donnerait ces valeurs lues colonne par colonne considérées comme l'abscisse et l'ordonnée d'un point

On remarque que les points sont alignés le long d'une droite

<u>II Constatattions</u>

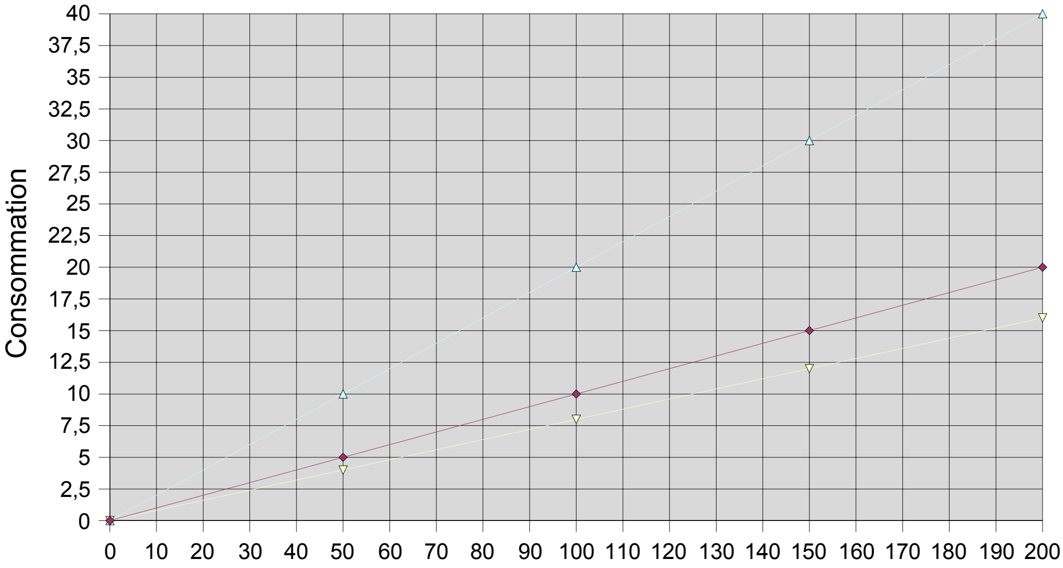
On retiendra que:

Une série de nombres proportionnels que l'on reporte sur un plan colonne par colonne donne naissance à une droite passant par l'origine (0,0)

III Lecture d'une représentation graphique

A partir du diagramme on va lire l'abscisse et l'ordonnée des divers points et les reporter dans le tableau suivant:

Distance parcourue	***0***	***50***	***100***	***150***	***200***
Consom. véhicule A	**0**				**20**
Consom. véhicule B	**0**				**16**
Consom. véhicule E	**0**				**40**



Distance parcourue	***0***	***50***	***100***	***150***	***200***
Consom. véhicule A	**0**	**5**	**10**	**15**	**20**
Consom. véhicule B	**0**	**4**	**8**	**12**	**16**
Consom. véhicule E	**0**	**10**	**16**	**30**	**40**

On observe que les 3 droites ne présentent pas le même aspect, elles ne se recouvrent pas

Calculons pour chacune <u>le rapport C/D</u>

Pour le véhicule **A** ce rapport est :**0,1**

5/50 = 10/100 = 12,5/125 = 15/150 = 20/200

Pour le véhicule **B** ce rapport est :**0,08**

4/50 = 10/125 = 12/150

Pour le véhicule **E** ce rapport est :**0,2**

10/50 = 20/100 = 30/150 = 40/200

Si nous désignons par **x** ***la distance parcourue D*** et par **y** ***la consommation d'essence C*** on voit que le rapport que nous venons de calculer peut s'écrire

$$a = y / x$$

On appelle ce rapport **a Coefficient Directeur** de la droite et en reprenant ce que nous avons vu au début du cours :

Consommation = Distance parcourue x Rapport

Cette relation peut s'écrire

$$y = a \cdot x$$

La relation y = a.x est l'équation d'une droite passant par l'origine.

On appelle fonction linéaire la fonction qui a

x associe f(x) **= a.x**

Cette fonction traduit le fait que y soit proportionnel à x

<u>On retiendra</u>

Une fonction linéaire a pour expression générale

$$f(x) = a.x$$

<u>a</u> est appelé Coefficient Directeur de la droite

C'est un nombre positif ou négatif entier ou fractionnaire

La représentation graphique de cette fonction est une droite passant par l'origine(0,0)

Cette fonction peut s'écrire pour toutes les grandeurs proportionnelles

Le *<u>Coefficient Directeur</u>* <u>est</u> le <u>Coefficient de Proportionnalité</u>

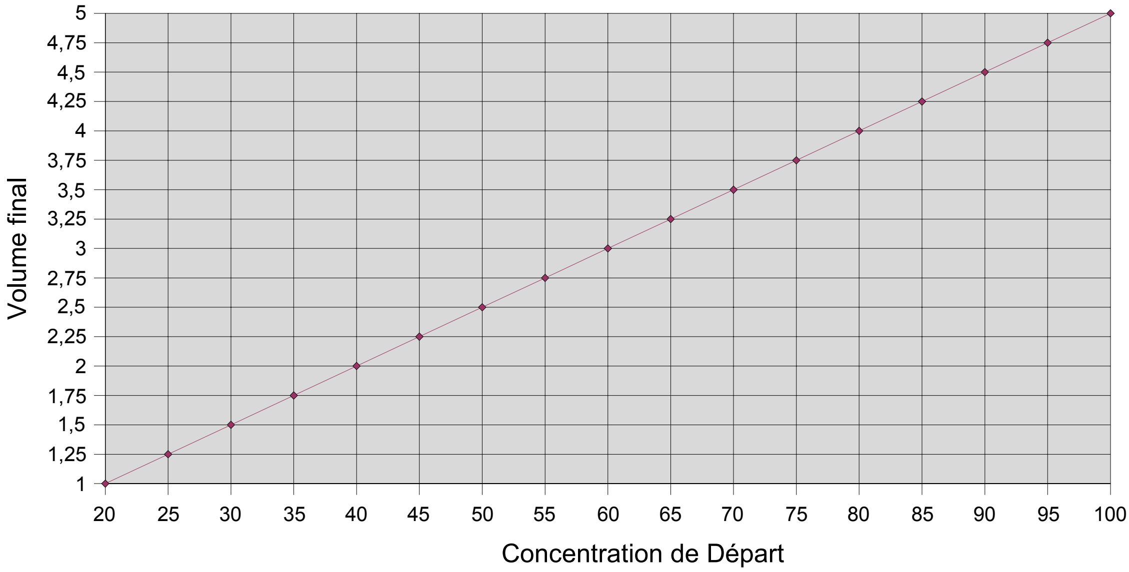
Exercice d'Application

Détermination de la concentration d'une solution chimique

On souhaite fabriquer une solution d'eau oxygénée à 20 volumes et le salon dispose selon les fournisseurs de solutions allant de 20 volumes à 130 volumes .
Or* la législation *ne permet d'utiliser sur la cliente que des solutions <u>de 20 à 40 volumes</u>
On vous demande d'établir une abaque permettant de savoir - connaissant le titre de départ le volume à rajouter pour revenir à 20 volumes.
On rappelle que la concentration est le rapport de la masse sur le volume
Or ici nous avons 2 concentrations, c'est à dire deux masses rapportées au même volume .
Le volume final à obtenir s'obtient donc par le rapport des concentration

$$V_f = D/F \text{ et } l'Ajout = V_f - 1$$

Conc. Départ D	***20***	***30***	***40***	***50***	***60***	***70***	***80***	***90***	***100***	***110***	***120***	***130***
Conc. Finale F	***20***	***20***	***20***	***20***	***20***	***20***	***20***	***20***	***20***	***20***	***20***	***20***
<u>Volume Final V_f</u>	**1**	**1,5**	**2**	**2,5**	**3**	**3,5**	**4**	**4,5**	**5**	**5,5**	**6**	**6,5**
Ajout	**0**	**0,5**	**1**	**1,5**	**2**	**2,5**	**3**	**3,5**	**4**	**4,5**	**5**	**5,5**

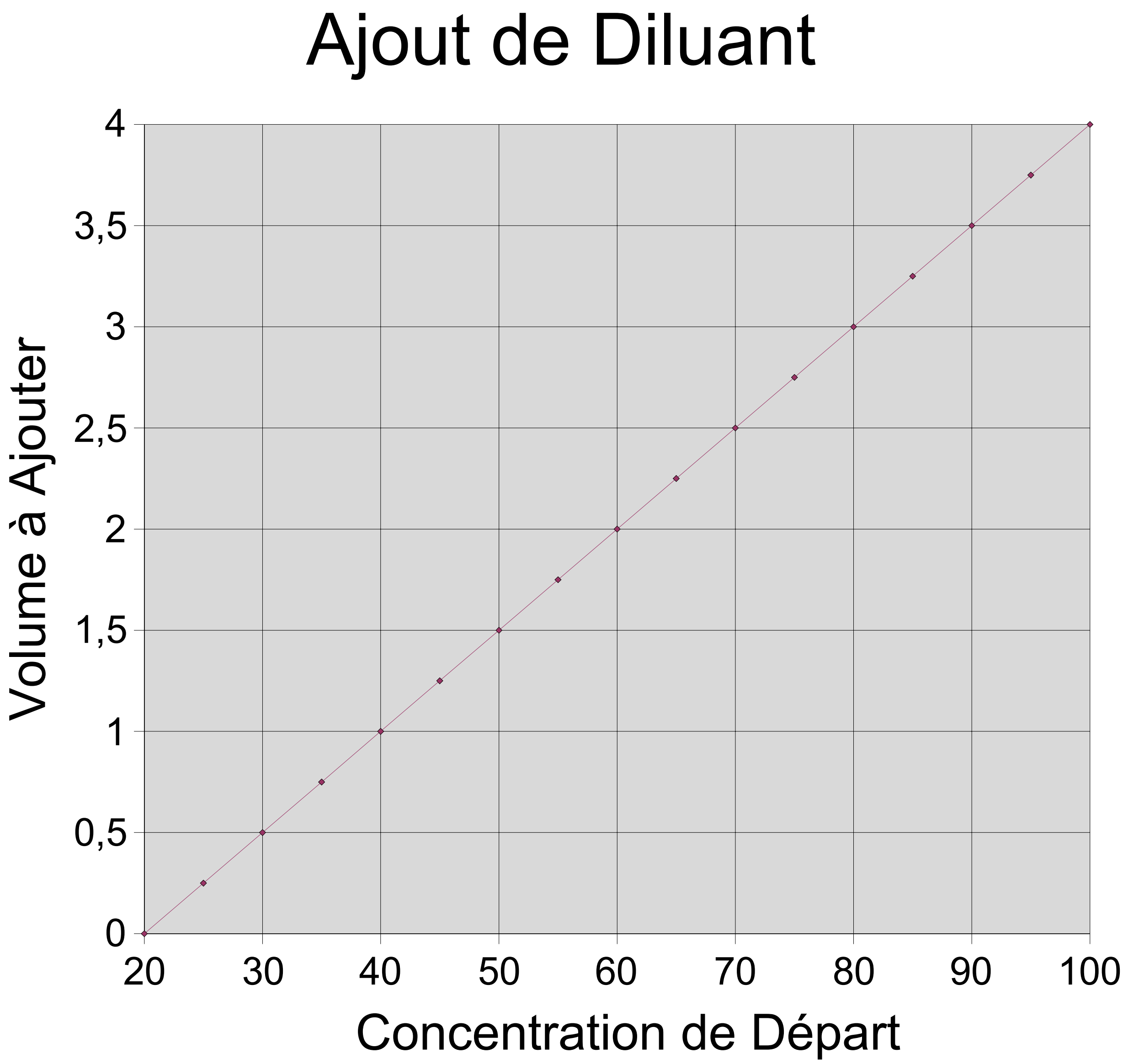


On constate que le coefficient directeur de la droite est égal à

$$\Delta V / \Delta C = (2,5 - 1,5) / (50 - 30) = \underline{0,05}$$

La fonction Vf qui désigne le Volume final peut donc s'écrire

$$\underline{V_f (C) = 0,05 * C}$$



Quant à la fonction qui permet le calcul direct de l'Ajout elle a pour expression

Ajout(C) = 0,05.C - 1

Rappel d'Eléments du programme CAP tertiaire

Vérifier qu'une situation est du type linéaire, soit :
- en calculant le coefficient de proportionnalité ;
- en trouvant une expression algébrique ;
- en réalisant une représentation graphique.

Evaluation:
Une situation de type linéaire étant proposée par l'une des formes suivantes :
- tableau numérique ;
- expression algébrique ;
- représentation graphique ;
passer d'un mode de représentation à chacun des deux autres.