

La proportionnalité

- Objectifs :
- identifier une situation de proportionnalité
 - exploiter les propriétés de la proportionnalité
 - savoir traiter les problème de pourcentage

1 : Définition de la proportionnalité

1.1 : Activité

Considérons deux suites de nombres :

* 1ère suite : (2 ; 5 ; 10 ; 25)

* 2ème suite : (3 ; 7,5 ; 15 ; 37,5)

Calculer les rapports suivants :

$$\frac{3}{2} = \quad ; \quad \frac{7,5}{5} = \quad ; \quad \frac{15}{10} = \quad ; \quad \frac{37,5}{25} =$$

Que constate-t-on ?

Réponse :

Ce rapport est **constant**. Les deux suites de nombres considérées sont des suites de **nombre proportionnels**.

Le nombre constant représentant la valeur commune de tous ces rapports est appelé **coefficient de proportionnalité**.

1.2 : Retenons

Deux suites de nombres $(a ; b ; c ; \dots)$ et $(a' ; b' ; c' ; \dots)$ sont des suites de nombres proportionnels si :

$$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c} = k$$

k est le **coefficient de proportionnalité**.

1.3 : Application

a) Le tableau ci dessous indique le coût du transport en fonction de la masse transportée.

Masse (kg)	15	25	50	100
Coût (€)	10,05	16,75	33,50	67

Le coût est –il proportionnel à la masse transportée ?

b) Le tableau ci dessous indique le coût de la livraison en fonction du nombre de kilomètres depuis l'entrepôt.

Kilomètres	10	25	50	75
Coût (€)	12,80	32	64	90

Le coût est –il proportionnel au nombre de kilomètres ?

2 : Proportion

2.1 : Activité

Calculer les rapports :

$$\frac{79,5}{15} = \quad ; \quad \frac{212}{40} =$$

Que peut-on conclure ?

Calculer :

$$79,5 \times 40 = \quad ; \quad 15 \times 212 =$$

Que peut-on conclure ?

2.2 : Retenons

Dans une proportion, le produit des extrêmes est égal au produit des moyens.

$$\text{Si } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{alors } a \times d = b \times c$$

2.3 : Application

a) La rémunération d'un démarcheur est proportionnelle à son chiffre d'affaire.

Compléter le tableau :

Mois	décembre	janvier	février	mars	avril
Chiffre d'affaire	x	50 000	75 000	z	85 000
Salaire	6 000	5 000	y	4 000	t

Réponse :

On utilise la règle des proportions.

1 : on choisit **une colonne** dans le tableau comportant **deux éléments connus**.

2 : calculer l'inconnue en utilisant la relation des proportions.

*1ère méthode :

$$\frac{50000}{5000} = \frac{x}{6000}$$

$$50000 \times 6000 = 5000 \times x$$

$$\frac{300000000}{5000} = x$$

$$60000 = x$$

$$x = 60000$$

*2ème méthode :

$$\frac{50000}{5000} = \frac{x}{6000}$$

$$10 = \frac{x}{6000}$$

$$10 \times 6000 = x$$

$$60000 = x$$

$$x = 60000$$

Mois	décembre	janvier	février	mars	avril
Chiffre d'affaire	60 000	50 000	75 000	40 000	85 000
Salaire	6 000	5 000	7 500	4 000	8 500

b) Calculer x dans les proportions suivantes :

$$\frac{50}{64} = \frac{x}{8}$$

$$\frac{24}{x} = \frac{39}{104}$$

$$\frac{32}{20} = \frac{x}{25}$$

$$\frac{5}{15} = \frac{40}{x}$$

Réponse :

6,25 64 40 120

3 : Les pourcentages

3.1 : Activité

Un fleuriste commande des fleurs à deux grossistes A et B.

Grossiste	A	B
Roses commandées	900	500
Roses abimées de la commande	81	70

Quel grossiste paraît le plus avantageux ?

Réponse :

Pour chaque grossiste, calculons le nombre de roses abimées pour 100 fleurs commandées :

Grossiste A :

Fleurs commandées	900	100
Fleurs abimées	81	x

$$\frac{900}{81} = \frac{100}{x}$$

$$900 \times x = 81 \times 100$$

$$x = \frac{81 \times 100}{900}$$

$$x = 9$$

9 roses sont abimées pour 100 roses commandées, soit 9 pour cent, qui s'écrit 9 %.

Grossiste B :

Fleurs commandées	500	100
Fleurs abimées	70	x

$$\frac{500}{70} = \frac{100}{x}$$

$$500 \times x = 70 \times 100$$

$$x = \frac{70 \times 100}{500}$$

$$x = 14$$

14 roses sont abîmées pour 100 roses commandées, soit 14 pour cent, qui s'écrit 14 %.

Le grossiste A est plus avantageux.

3.2 : Retenons

Pour calculer un pourcentage, on utilise la proportionnalité.

Inversement, pour prendre t % de la grandeur x , c'est faire :

$$x \times \frac{t}{100} \quad \text{ou} \quad x \times 0,01 \times t$$

3.3 : Application

a) Calculer 12 % de 350.

Réponse :

42

b) Calculer 24,5 % de 12 245.

Réponse

3 000,025

c) Lors d'un examen, 329 candidats ont été admis sur 470 inscrits. Calculer le pourcentage d'admis sur le nombre d'inscrits.

Réponse :

70 %

d) Sur une facture, les frais de transport représente 12 % du prix de la marchandise. Ces frais s'élevant à 30,96 €, calculer le prix de la marchandise.

Réponse :

258 €