

La propriété de Pythagore et sa réciproque

Objectifs :

- savoir calculer la longueur d'un coté d'un triangle rectangle, connaissant la mesure des deux autres
- reconnaître un triangle rectangle

1 : La propriété de Pythagore

1.1 : Activité

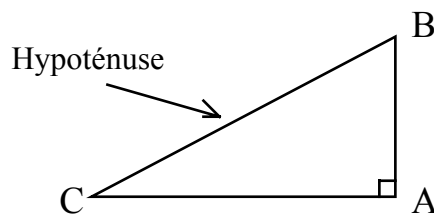
- Construire un triangle ABC tel que $AB = 5$ cm et $AC = 12$ cm
- Mesurer [BC] (nombre entier).
- Calculer $AB^2 + AC^2$ et BC^2
Comparer ces résultats

Réponse :

$$BC = 13 \text{ cm} \qquad AB^2 + AC^2 = 169 \qquad BC^2 = 169$$

1.2 : Retenons

Si un triangle est rectangle, **alors** le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des 2 autres cotés.



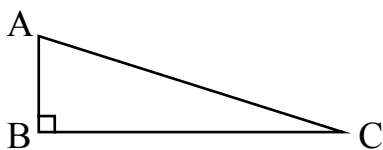
Si ABC est rectangle en A, **alors** $BC^2 = AC^2 + AB^2$

1.3 : Application

a) Dans chaque cas, repérer l'hypoténuse puis écrire la relation donnée par le théorème pour calculer le coté inconnu (résultat arrondi au centième).

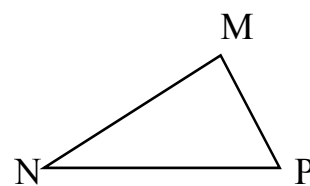
$AB = 3 \text{ cm}$

$BC = 7 \text{ cm}$



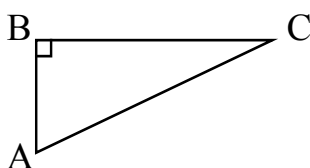
$MN = 12 \text{ cm}$

$NP = 15 \text{ cm}$



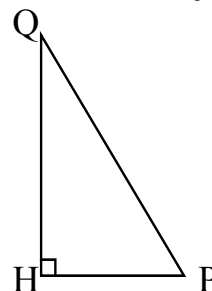
$AB = 3 \text{ cm}$

$AC = 9 \text{ cm}$



$HP = 52 \text{ cm}$

$HQ = 153 \text{ cm}$



Réponse :

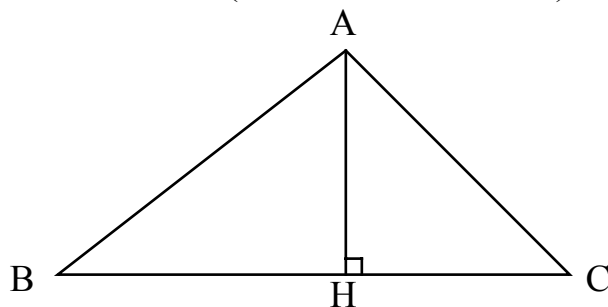
$BC = 7,62 \text{ cm}$

$MP = 9 \text{ cm}$

$BC = 8,49 \text{ cm}$

$QP = 161,60 \text{ cm}$

b) Soit un triangle ABC et une hauteur AH tels que $AH = 17 \text{ mm}$; $BH = 20 \text{ mm}$; $AC = 20 \text{ mm}$. Calculer AB et AC (arrondir au centième)



Réponse :

$$AB = 26,25 \text{ mm}$$

$$BC = BH + HC$$

$$HC = 10,54 \text{ mm}$$

$$BC = 30,54 \text{ mm}$$

2 : La réciproque du théorème de Pythagore

2.1 : Activité

On considère un triangle ABC (l'unité est le cm).

Dans chacun des cas suivants, :

a) $BC = 5$; $AB = 4$; $AC = 2$

b) $BC = 5$; $AB = 4$; $AC = 3$

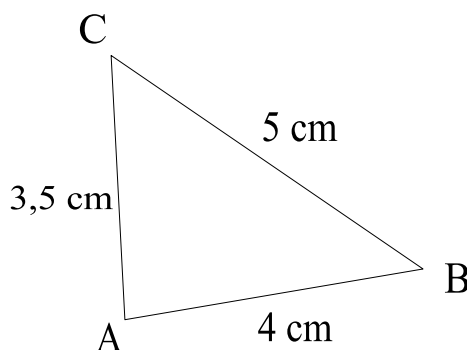
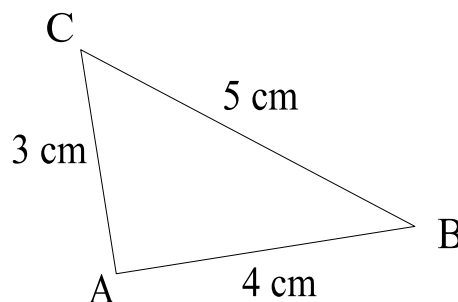
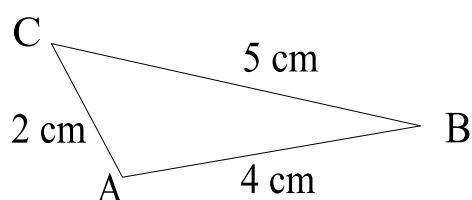
c) $BC = 5$; $AB = 4$; $AC = 3,5$

Construire les trois triangles.

Comparer BC^2 à la somme $AB^2 + AC^2$

Comparer l'angle A à 90°

Réponse :



$$25 > 4 + 16$$

$$BC^2 > AB^2 + AC^2$$

$$\hat{A} > 90^\circ$$

$$25 = 9 + 16$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$\hat{A} = 90^\circ$$

$$25 < 12,25 + 16$$

$$BC^2 < AB^2 + AC^2$$

$$\hat{A} < 90^\circ$$

2.2 : Retenons

Si le carré d'un côté d'un triangle est égal à la somme des carrés des autres côtés, **alors** ce triangle est rectangle.

2.3 : Application

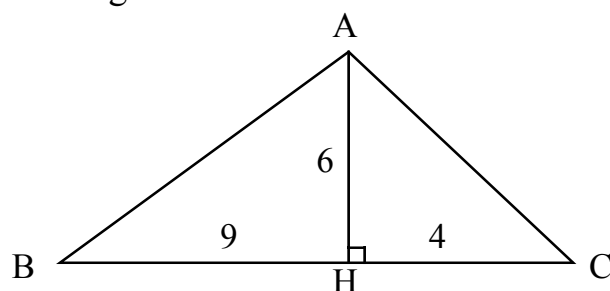
a) a, b, c désignent les mesures des trois côtés d'un triangle. Dans chaque cas, effectuer les calculs nécessaires pour dire si le triangle est rectangle ou non.

Triangle n°	1	2	3	4	5	6	7	8
a	24	80	9,9	12	88	9,999	53	15
b	26	82	2	6,4	500	0,2	18	17
c	10	17	10,1	13,6	480	10,001	40	8
a^2								
b^2								
c^2								
Réponse								

Réponse :

Triangle n°	1	2	3	4	5	6	7	8
a	24	80	9,9	12	88	9,999	53	15
b	26	82	2	6,4	500	0,2	18	17
c	10	17	10,1	13,6	480	10,001	40	8
a^2	576	6400	98,01	144	7744	99,98	2809	225
b^2	676	6724	4	40,96	250000	0,04	324	289
c^2	100	289	102,01	184,96	230400	100,02	1600	64
Réponse	oui	non	oui	oui	non	oui	non	oui

b) Soit un triangle ABC et la hauteur AH. Connaissant certaines mesures, on demande de dire si le triangle ABC est rectangle.



Réponse :

Calcul de BC :

$$BC = BH + HC$$

$$BC = 9 + 4$$

$$BC = 13$$

Calcul de AB :

$$AB^2 = BH^2 + HA^2$$

$$BA^2 = 81 + 36$$

$$BA = 10,8$$

Calcul de AC :

$$AC^2 = HA^2 + HC^2$$

$$AC^2 = 36 + 16$$

$$AC = 7,2$$

On a : $13^2 = 10,8^2 + 7,2^2$

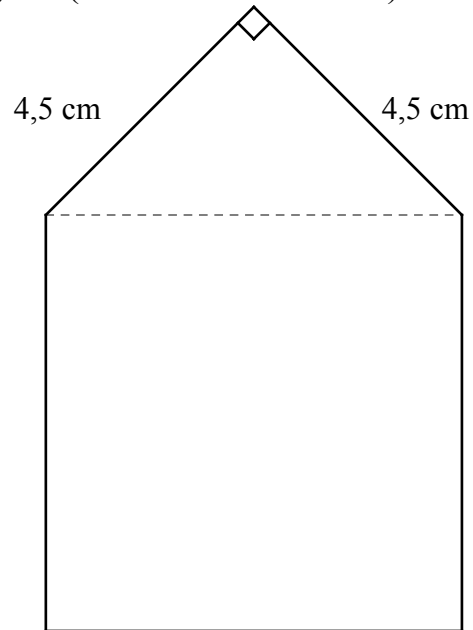
Le triangle ABC est rectangle.

c) Calculer la longueur de la diagonale d'un rectangle de longueur 8 cm et de largeur 5 cm (arrondir au dixième)

Réponse :

9,4 cm

d) Calculer la longueur du côté du carré formant cette figure, puis calculer le périmètre. Calculer la surface de ce polygone (arrondir au centième).



Réponse :

6,36

60,75