

Pyramides et Cônes

A/ Pyramides :

1°/ La pyramide régulière :

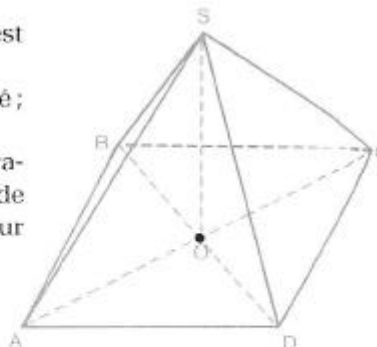
Le solide représenté par la figure est une *pyramide régulière*.

Le polygone plan ABCD est un carré; c'est la **base** de la pyramide.

Le point S est le **sommet** de la pyramide. La perpendiculaire au plan de base, issue du sommet S, est la hauteur de la pyramide.

La pyramide est dite **régulière** parce que :

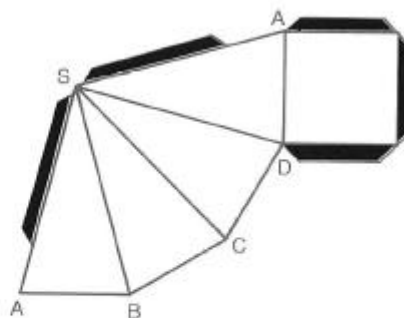
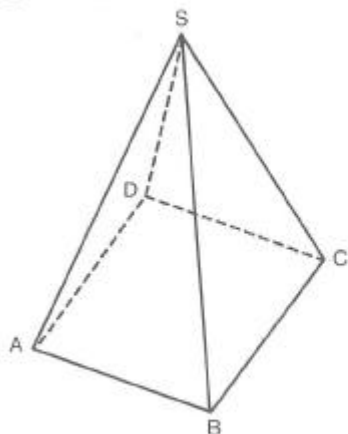
- le polygone de base est un polygone régulier;
- **ET** parce que la hauteur de la pyramide passe par le centre de ce polygone.



2°/ Construire une pyramide :

1. Pyramide régulière à base carrée

Voici une pyramide régulière à base carrée et son *patron* (ou développement).



Les parties coloriées sont des languettes qui, enduites de colle et repliées, permettent l'assemblage.

- **S'inspirer du patron** ci-dessus pour **construire réellement** une pyramide régulière à base carrée, avec $AD = 6$ cm, $AS = 9$ cm.

Indication : commencer par dessiner le patron.

- **A l'aide du patron**, **calculer l'aire latérale** de cette pyramide, c'est-à-dire la somme des aires des faces triangulaires.

2. Construction d'un tétraèdre régulier

On veut construire un tétraèdre régulier SABC, de base le triangle équilatéral ABC, avec $AB = 7$ cm et tel que $SA = 10$ cm.

Noter que les faces SAB, SAC, SBC sont des triangles isocèles.

a/ Dessiner un patron de ce tétraèdre.

b/ A l'aide de ce patron, **construire** réellement ce tétraèdre.

3°/ Volume d'une pyramide :

Application directe : Calculer le volume de la pyramide de Khéops :

Approximativement, la pyramide de Cheops a 146 mètres de hauteur ;
et sa base est un carré dont le côté a 231 mètres de longueur.

Calculer le volume de cette pyramide.

(Le volume d'un appartement moyen est de 280 m³.)

B/ Cônes :

1°/ Le cône de révolution :

Les objets usuels de forme conique sont des représentations d'un solide idéalisé que les mathématiciens appellent cône de révolution.

\mathcal{C} est un cercle de centre O .

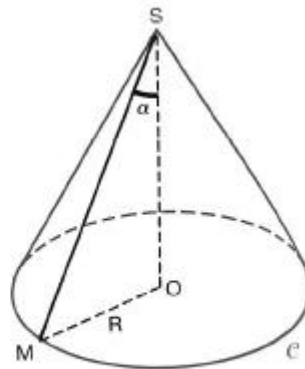
Δ est la perpendiculaire en O , au plan du cercle.

S est un point de Δ , autre què O .

On joint S à chaque point M du cercle.

Le solide ainsi obtenu est le cône de révolution de sommet S , de base le cercle \mathcal{C} , de hauteur $[SO]$.

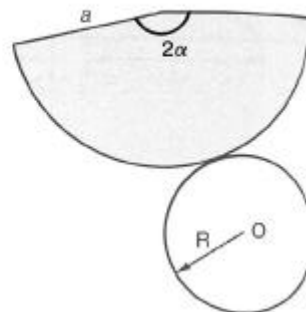
Un segment tel que $[SM]$ est appelé génératrice du cône.



2°/ Patron et construction d'un cône de révolution :

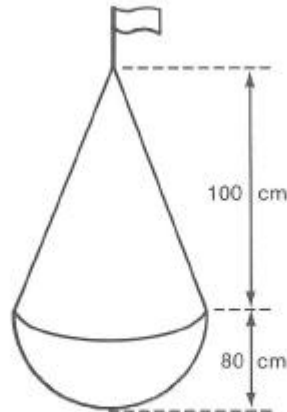
Voici le patron d'un cône de révolution. Il a été obtenu en fendant le cône le long d'une génératrice.

Par définition, l'aire latérale du cône est l'aire de la partie coloriée.



3°/ Volume d'un cône de révolution :

Application : volume d'un flotteur

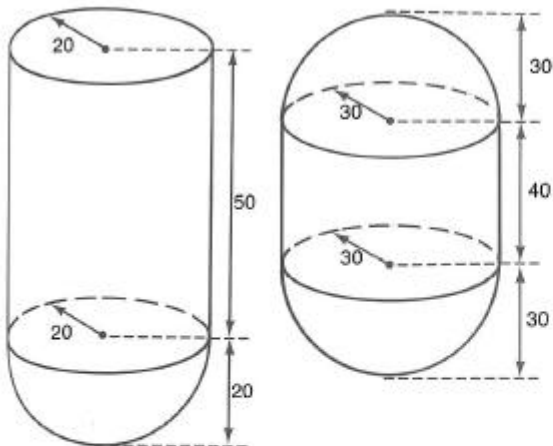


Un flotteur, en mer, est constitué d'une demi-sphère de rayon 80 cm, surmontée d'un cône de hauteur 100 cm.

Calculer le volume de cette bouée.

C/ Exercices :

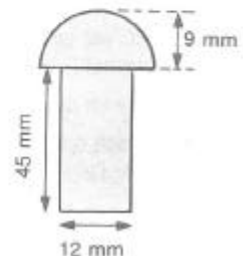
1. Calculer le volume des solides ci-dessous.



2. La longueur d'un grand cercle d'une sphère est 25,12 cm (grand cercle et sphère ont même diamètre). Calculer l'aire de cette sphère.
3. L'aire d'une sphère est 12,56 cm². Calculer son rayon.
4. Une boule a un diamètre de 0,26 m. Calculer son volume.

5. L'aire d'une sphère est 452,16 cm². Calculer le volume de la boule correspondante.
6. L'aire d'un grand disque d'une sphère est 78,5 mm². Calculer le volume de la boule correspondante.
7. Une boule a pour volume $V = 33,51 \text{ cm}^3$ et pour rayon R en centimètres. On sait de plus que $V = 17 \times R$. Quelle est l'aire de la sphère correspondante ?
8. Une boule a une aire de 4 189 mm². Calculer le périmètre de l'un des grands cercles.
9. Un cube a une arête de longueur 1 mètre. Une sphère a pour rayon 70 centimètres. Lequel de ces deux solides a la plus grande aire ?

10. Un rivet à tête ronde en fer est constitué d'un cylindre plein et d'une demi-boule. Ses dimensions sont indiquées sur la figure. Quelle est la masse de 100 rivets ? On rappelle que la masse volumique du fer est 7,8 g/cm³.



PYRAMIDES. CÔNES

- 19.** SABC est un tétraèdre régulier de sommet S.
- Faire un dessin.
 - On sait que $SA = 5$ cm et $AB = 4$ cm. Calculer l'aire latérale.
- 20.** SABCD est une pyramide régulière à base carrée, et de sommet S.
- Faire un dessin.
 - On sait que $SA = 5$ cm et $AB = 4$ cm. Calculer l'aire latérale, puis l'aire totale de cette pyramide.
- 21.** SABCD est une pyramide régulière à base carrée, et de sommet S.
- Faire un dessin.
 - On sait que $AB = 1$ cm et que la hauteur mesure 2 cm. Calculer le volume de cette pyramide.
- 22.** Une pyramide régulière a une hauteur qui mesure 25,5 m. Son volume est de 136 m³. Quelle est l'aire du polygone de base ?
- 23.** Un cône de révolution a pour hauteur 0,75 m et son cercle de base a un rayon égal à 0,4 m. Quelle est la longueur d'une génératrice ?
- 24.** Un cône de révolution a pour hauteur 4 m. Le rayon du cercle de base est 2,5 m.
- Faire un dessin.
 - Calculer l'aire latérale du cône (voir page 108).
 - Calculer le volume du cône.
- 25.** Un cône de révolution a pour base un cercle de rayon 1,89 m. La longueur d'une génératrice est de 6,5 m.
- Faire un dessin.
 - Calculer la hauteur du cône.
 - Calculer le volume du cône.
- 26.** Un cône de révolution a pour hauteur 3,5 cm. La longueur d'une génératrice est 5 cm.
- Faire un dessin.
 - Calculer le rayon du cercle de base (voir ex. 24).
 - Calculer l'aire latérale du cône.
 - Calculer le volume du cône.
- 27.** Un cône de révolution a pour hauteur 6 cm. Son demi-angle au sommet a pour mesure 36° .
- Faire un dessin.
 - Calculer le rayon du cercle de base.
 - Calculer le volume du cône.
- 28.** Un cône de révolution a un demi-angle au sommet de mesure 60° . La longueur d'une génératrice est de 8,4 cm.
- Faire un dessin.
 - Calculer la hauteur du cône.
 - Calculer le volume du cône.

PYRAMIDES. CÔNES

- 19.** SABC est un tétraèdre régulier de sommet S.
- Faire un dessin.
 - On sait que $SA = 5$ cm et $AB = 4$ cm. Calculer l'aire latérale.
- 20.** SABCD est une pyramide régulière à base carrée, et de sommet S.
- Faire un dessin.
 - On sait que $SA = 5$ cm et $AB = 4$ cm. Calculer l'aire latérale, puis l'aire totale de cette pyramide.
- 21.** SABCD est une pyramide régulière à base carrée, et de sommet S.
- Faire un dessin.
 - On sait que $AB = 1$ cm et que la hauteur mesure 2 cm. Calculer le volume de cette pyramide.
- 22.** Une pyramide régulière a une hauteur qui mesure 25,5 m. Son volume est de 136 m³. Quelle est l'aire du polygone de base ?
- 23.** Un cône de révolution a pour hauteur 0,75 m et son cercle de base a un rayon égal à 0,4 m. Quelle est la longueur d'une génératrice ?
- 24.** Un cône de révolution a pour hauteur 4 m. Le rayon du cercle de base est 2,5 m.
- Faire un dessin.
 - Calculer l'aire latérale du cône (voir page 108).
 - Calculer le volume du cône.
- 25.** Un cône de révolution a pour base un cercle de rayon 1,89 m. La longueur d'une génératrice est de 6,5 m.
- Faire un dessin.
 - Calculer la hauteur du cône.
 - Calculer le volume du cône.
- 26.** Un cône de révolution a pour hauteur 3,5 cm. La longueur d'une génératrice est 5 cm.
- Faire un dessin.
 - Calculer le rayon du cercle de base (voir ex. 24).
 - Calculer l'aire latérale du cône.
 - Calculer le volume du cône.
- 27.** Un cône de révolution a pour hauteur 6 cm. Son demi-angle au sommet a pour mesure 36° .
- Faire un dessin.
 - Calculer le rayon du cercle de base.
 - Calculer le volume du cône.
- 28.** Un cône de révolution a un demi-angle au sommet de mesure 60° . La longueur d'une génératrice est de 8,4 cm.
- Faire un dessin.
 - Calculer la hauteur du cône.
 - Calculer le volume du cône.